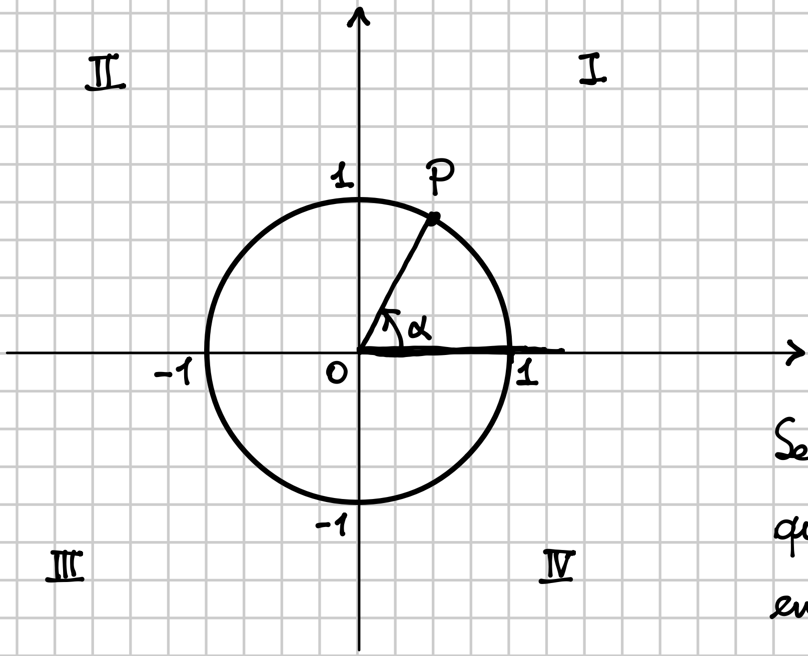
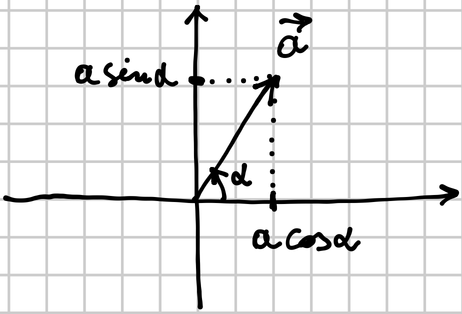


$\cos\alpha$ = ASCISSA DI P

$\sin\alpha$ = ORDINATA DI P

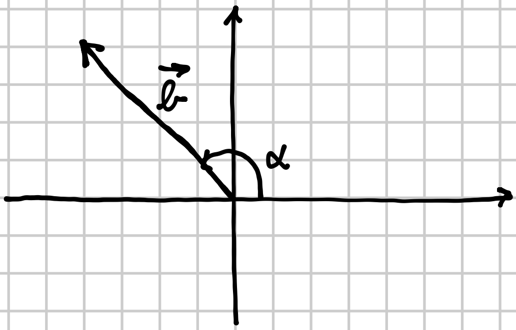
Se il punto P è, ad es., nel III quadrante, $\sin\alpha$ e $\cos\alpha$ sono entrambi negativi

Se abbiamo un vettore, esso formerà un angolo con il semiasse positivo x



le componenti cartesiane di $\vec{a}$ sono

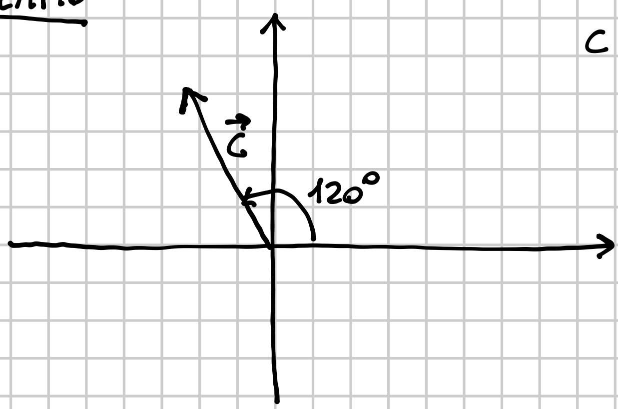
$$\underbrace{a_x = a\cos\alpha \qquad a_y = a\sin\alpha}_{\text{entrambe } >0}$$



$b_x = b\cos\alpha < 0$ perché $\cos\alpha < 0$

$b_y = b\sin\alpha > 0$

ESEMPIO



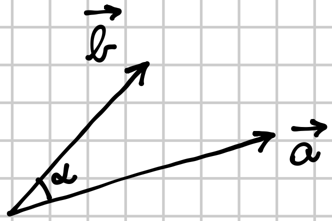
$c = 3$ Trovare le componenti cartesiane

$$C_x = 3 \cdot \underbrace{\cos 120°}_{-\frac{1}{2}} = -\frac{3}{2}$$

$$C_y = 3 \cdot \underbrace{\sin 120°}_{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

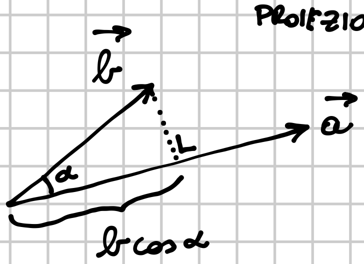
PRODOTTO SCALARE

Dati due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$, il prodotto scalare $\vec{a} \bullet \vec{b}$ ($\vec{a}$ SCALAR $\vec{b}$) è definito come

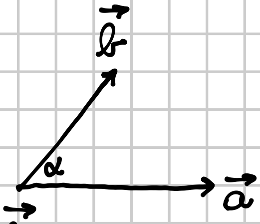


$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a \underbrace{b \cos\alpha}_{\text{PROIEZIONE DI } \vec{b} \text{ SU } \vec{a}}$$

α = l'angolo più piccolo fra $\vec{a}$ e $\vec{b}$

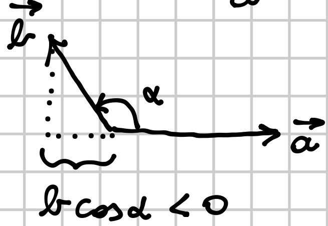


1) α ACUTO



$\cos\alpha > 0 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} > 0$ (è POSITIVO)

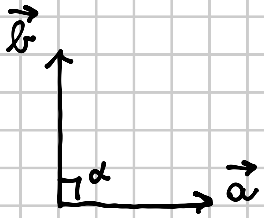
2) α OTTUSO



$\cos\alpha < 0 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} < 0$ (è NEGATIVO)

PROIEZIONE NEGATIVA

3) α RETTO ($\vec{a} \perp \vec{b}$, $\vec{a}$ e $\vec{b}$ sono perpendicolari)



$\cos\alpha = 0 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ (è NULLO)

PROPRIETÀ

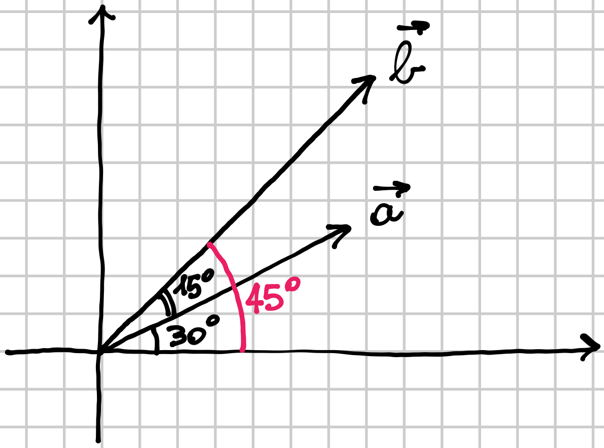
- il prodotto scalare è COMMUTATIVO $\quad \vec{a} \bullet \vec{b} = \vec{b} \bullet \vec{a}$
- $\vec{a}, \vec{b}$ vettori non nulli $\quad \vec{a} \perp \vec{b} \iff \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
- Se i vettori sono dati in componenti cartesiane:

$$\vec{a} = (a_x, a_y) \quad \vec{b} = (b_x, b_y) \quad \Rightarrow \quad \vec{a} \bullet \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y$$

ESEMPIO

$\vec{a}$ con $a = 3$ e forma un angolo di $30°$ con l'asse x

$\vec{b}$ con $b = 4$ e forma un angolo di $45°$ con l'asse x



1° MODO

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cdot \cos 15° =$$

$$= 3 \cdot 4 \cdot \cos 15° = 11{,}59110 \ldots$$

2° MODO

$$\vec{a} = (a \cos 30°, \ a \sin 30°) =$$

$$= \left(3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}, \ 3 \cdot \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

$$\vec{b} = (b \cos 45°, \ b \sin 45°) =$$

$$= \left(4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}, 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \left(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}\right)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{3\sqrt{3}}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2}\sqrt{2} + \frac{3}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2}\sqrt{2} = 3\sqrt{6} + 3\sqrt{2} =$$

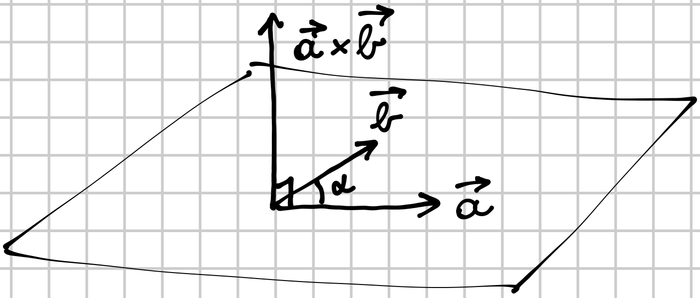
$$= 3\left(\sqrt{6} + \sqrt{2}\right) = 11{,}59110 \ldots$$

COME PRIMA!

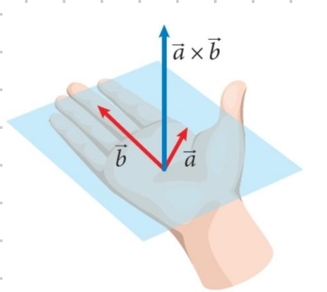
PRODOTTO VETTORIALE

Dati due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$, il loro PRODOTTO VETTORIALE $\vec{a} \times \vec{b}$ ($\vec{a}$ VETTOR $\vec{b}$) è un vettore tale che

- la DIREZIONE è perpendicolare al piano determinato da $\vec{a}$ e $\vec{b}$



- il VERSO è dato dalla REGOLA DELLA MANO DESTRA

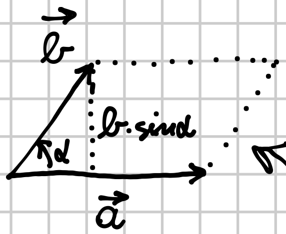


- il MODULO è dato da

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = ab \sin\alpha$$

(α = angolo più piccolo fra i due vettori)

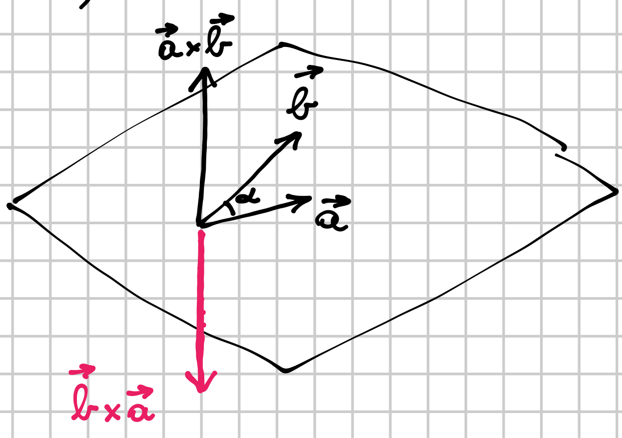
VISTA DALL'ALTO:



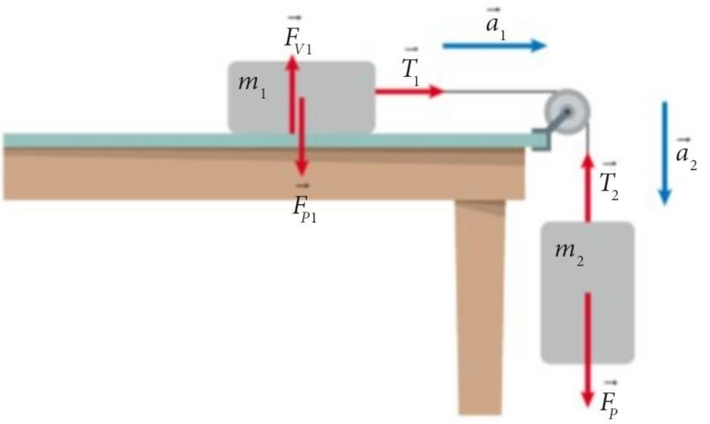
$|\vec{a} \times \vec{b}|$ = AREA DEL PARALLELOGRAMMA

Il prodotto vettoriale non è commutativo, bensì è ANTICOMMUTATIVO

$$\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$$



52 Un blocco di massa 0,87 kg poggiato su un tavolo è trascinato tramite un filo, inestensibile e di massa trascurabile, da un secondo blocco di massa 1,2 kg, appeso a una carrucola ideale. L'attrito tra il primo blocco e il tavolo è trascurabile.



▶ Determina l'accelerazione dei blocchi.

[5,7 m/s²]

$$a_1 = a_2 = a$$

$$T_1 = T_2 = T$$

Blocco 1 $\begin{cases} T = m_1 a \\ F_p - T = m_2 a \end{cases}$ Blocco 2

$$\begin{cases} T = m_1 a \\ m_2 g - T = m_2 a \end{cases}$$

$$m_2 g - m_1 a = m_2 a$$

$$m_1 a + m_2 a = m_2 g$$

$$a(m_1 + m_2) = m_2 g$$

$$a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} g = \frac{1{,}2 \text{ kg}}{(0{,}87 + 1{,}2) \text{ kg}} \left(9{,}8 \frac{m}{s^2}\right) =$$

$$= 5{,}681159\ldots \frac{m}{s^2} \simeq \boxed{5{,}7 \frac{m}{s^2}}$$