69 ◆◆◆ **ORA PROVA TU** Un carrello si muove alla velocità v_1 quando colpisce frontalmente, in modo elastico, un secondo carrello con massa doppia che si muoveva con velocità pari a 1,00 m/s nel verso opposto. La velocità v_1 è tripla, in modulo, di quella del secondo carrello precedente all'urto.

▶ Determina le velocità dei due carrelli dopo l'urto.

Suggerimento: indica con m la massa del primo carrello e con v il modulo della velocità del secondo carrello; esegui tutti i calcoli letteralmente e sostituisci solo alla fine i valori numerici.

[−2,33 m/s; 1,67 m/s]

$$\begin{cases} V_1 = \dfrac{2m_2v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2} \\ V_2 = \dfrac{2m_1v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2} \end{cases}$$

$v_2 = -1,00 \ \frac{m}{s}$

$v_1 = 3,00 \ \frac{m}{s}$

$m_1 = m \qquad m_2 = 2m$

$|v_2| = v \qquad v_1 = 3v$

$$V_1 = \frac{4m(-v) + (m - 2m)\cdot 3v}{3m} =$$

$$= \frac{-4mv - 3mv}{3m} = -\frac{7}{3}v = -2,\bar{3} \ \frac{m}{s}$$

$$\simeq \boxed{-2,33 \ \frac{m}{s}}$$

$$V_2 = \frac{2m(3v) + (2m - m)(-v)}{3m} = \frac{6mv - mv}{3m} = \frac{5}{3}v = 1,\bar{6} \ \frac{m}{s}$$

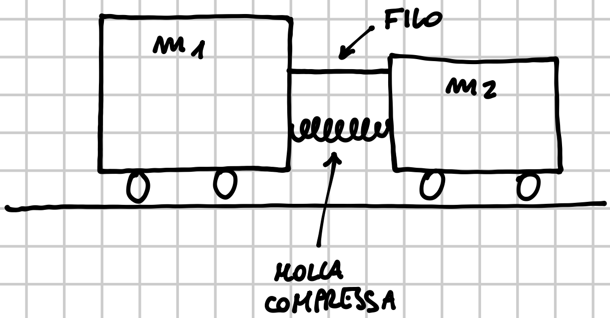
$$\simeq \boxed{1,67 \ \frac{m}{s}}$$

3 Una molla di massa trascurabile e costante elastica $k = 270$ N/m è compressa tra due carrellini fermi di massa $m_1 = 1{,}9$ kg e $m_2 = 1{,}2$ kg che sono tenuti collegati da un filo. All'istante $t = 0$ s il filo si rompe e la molla si dilata spingendo via i carrellini, che si muovono senza attrito. All'istante $t = 1{,}6$ s, finita la spinta della molla che non è più compressa, il secondo carrellino si trova ad avere percorso 1,3 m.

- Calcola la posizione del primo carrellino all'istante t e le velocità dei due carrellini allo stesso istante.
- Calcola la compressione iniziale della molla.

[−0,82 m, 0,81 m/s; −0,51 m/s; 6,9 cm]

SITUAZIONE INIZIALE $t = 0$



QUANTITÀ DI MOTO

$p_{TOT} = 0$

ENERGIA MECCANICA

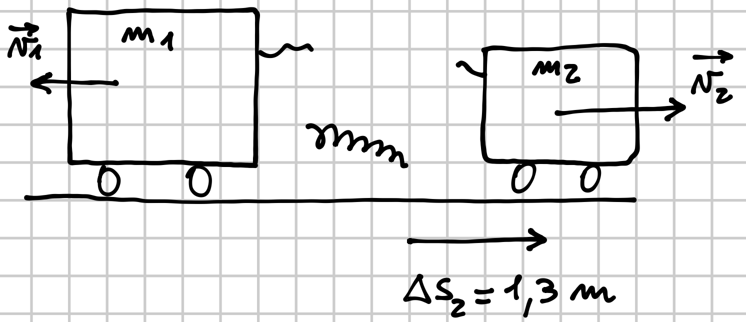
$\mathcal{E} = \frac{1}{2} k x^2$

EN. ELASTICA

x = COMPRESSIONE DELLA MOLLA

Trascuriamo il breve intervallo di tempo in cui la molla si decomprime

SITUAZIONE FINALE $t = 1{,}6$ s



QUANTITÀ DI MOTO

$p_{TOT} = m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$

EN. MECCANICA

$\mathcal{E} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$ (SOLO CINETICA)

Avendo trascurato l'int. di tempo in cui la molla si decomprime, possiamo dire che i 2 carrelli si muovono di moto rettilineo uniforme:

$$v_2 = \frac{\Delta s_2}{\Delta t} = \frac{1{,}3 \text{ m}}{1{,}6 \text{ s}} = 0{,}8125 \frac{\text{m}}{\text{s}} \simeq \boxed{0{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$v_1 = -\frac{m_2}{m_1} v_1 = -\frac{1{,}2 \text{ kg}}{1{,}9 \text{ kg}} \left(0{,}8125 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = -0{,}51315\ldots \frac{\text{m}}{\text{s}} \simeq \boxed{-0{,}51 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

DALLA CONS. DELLA QUANTITÀ DI MOTO

Lo spostamento del primo carrello è

$$\Delta s_1 = v_1 \cdot \Delta t = \left(-0{,}5131\ldots \frac{m}{s}\right)(1{,}6\ s) = -0{,}82105\ldots\ m$$

$$\simeq \boxed{-0{,}82\ m}$$

Per calcolare la compressione iniziale della molla applichiamo la conservazione dell'energia meccanica

$$\underbrace{\frac{1}{2} k x^2}_{\text{EN. MECC. INIZIALE}} = \underbrace{\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2}_{\text{EN. MECC. FINALE}}$$

$$k x^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2$$

$$x = \sqrt{\frac{m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2}{k}} = \sqrt{\frac{(1{,}9\ kg)(0{,}5131\ldots\ m/s)^2 + (1{,}2\ kg)(0{,}8125\ m/s)^2}{270\ N/m}}$$

$$= 0{,}069185\ldots\ m \simeq \boxed{6{,}9\ cm}$$