117 Immagina che si voglia lanciare un razzo dal pianeta Venere in modo che sfugga al suo campo gravitazionale.

- Calcola la velocità minima che deve raggiungere il razzo.
- Se il razzo si trovasse sulla Terra riuscirebbe a sfuggire al suo campo gravitazionale?

[10,4 km/s; no]

Dati fisici	
Diametro medio	12 103,6 km[1]
Superficie	$4{,}6 \times 10^{14}$ m²[3]
Volume	$9{,}2843 \times 10^{20}$ m³[1]
Massa	$4{,}8675 \times 10^{24}$ kg[1] 0,815 $M_{\oplus}$

$$v_{f_V} = \sqrt{\frac{2GM_V}{R_V}} = \sqrt{\frac{2\left(6{,}67\times10^{-11}\ \frac{N\cdot m^2}{kg^2}\right)\left(4{,}8675\times10^{24}\ kg\right)}{\frac{1{,}21036\times10^{7}\ m}{2}}} =$$

$$= 10{,}358\ldots\times10^{3}\ \frac{m}{s} \simeq 10{,}4\ \frac{km}{s}$$

Non riuscirebbe, con questa velocità, ad abbandonare la Terra poiché la velocità di fuga dalla Terra è $\simeq 11{,}2\ \frac{km}{s}$

113 Un pianeta il cui diametro equatoriale è di 6805 km ha una velocità di fuga di 5017 m/s.

- Calcola la massa del pianeta. [$6{,}42 \times 10^{23}$ kg]

$$v_f = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \Rightarrow M = \frac{v_f^2 R}{2G} = \frac{\left(5017\ m/s\right)^2 \left(\frac{6805}{2}\right)\times10^{3}\ m}{2\left(6{,}67\times10^{-11}\ \frac{N\cdot m^2}{kg^2}\right)} =$$

$$= 6419333158\times10^{14}\ kg$$

$$\simeq \boxed{6{,}42\times10^{23}\ kg}$$

114 ◆◆◆ Una stella ha raggio di Schwarzschild pari a $4{,}06 \times 10^5$ m.

▶ Calcola la massa della stella. [$2{,}74 \times 10^{32}$ kg]

$$\underbrace{c}_{\text{VEL. DELLA LUCE}} = \sqrt{\frac{2GM}{R_s}} \qquad c^2 = \frac{2GM}{R_s} \qquad M = \frac{R_s\, c^2}{2G} =$$

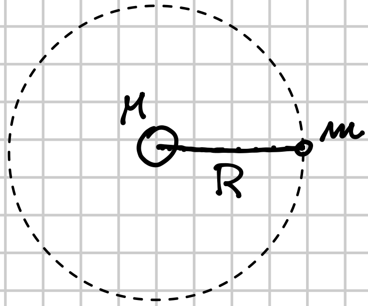
$$= \frac{(4{,}06 \times 10^5\ \mathrm{m})\left(3{,}00 \times 10^8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{2\left(6{,}67 \times 10^{-11}\ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}\right)}$$

$$= 2{,}7391\ldots \times 10^{32}\ \mathrm{kg}$$

$$\simeq \boxed{2{,}74 \times 10^{32}\ \mathrm{kg}}$$

115 ◆◆◆ **ARGOMENTA** Considera un satellite di massa m che descrive un'orbita circolare a distanza R dal centro di un pianeta di massa M, che consideriamo fermo.

- Dimostra che l'energia potenziale U del sistema pianeta-satellite è uguale al doppio dell'energia cinetica K del satellite, cambiata di segno: $U = -2K$.
- Di conseguenza, mostra che l'energia meccanica totale $E_{tot} = K + U$ del sistema è uguale all'opposto dell'energia cinetica del satellite: $E_{tot} = -K$.



$U = -G\dfrac{Mm}{R}$ EN. POTENZIALE DEL SISTEMA PIANETA-SATELLITE

$K = \dfrac{1}{2} m v^2$ EN. CINETICA DEL SATELLITE

velocità di un satellite in orbita:

$$G\frac{M\cancel{m}}{R^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{R}} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{R}$$

$$K = \frac{1}{2} m \frac{GM}{R}$$

$$K = \frac{1}{2} m \frac{GM}{R} = \left(-\frac{1}{2}\right)\left(-G\frac{Mm}{R}\right) = -\frac{1}{2}U \Rightarrow \boxed{U = -2K}$$

$$E_{TOT.} = U + K = -2K + K = -K \Rightarrow \boxed{E_{TOT} = -K}$$