121 **PROBLEMA A PASSI**

Un satellite di massa $9{,}8 \times 10^3$ kg percorre un'orbita circolare a un'altezza di 480 km rispetto alla superficie terrestre, ma lo si deve portare su un'altra orbita circolare, alla quota di 910 km rispetto al suolo.

▶ Calcola quanta energia serve per portare a termine questa operazione. Considera costante la massa del satellite.

[$1{,}7 \times 10^{10}$ J]

1. Calcola l'energia potenziale iniziale e finale del satellite.
2. Calcola l'energia cinetica iniziale e finale del satellite, utilizzando la relazione ottenuta nel problema 116.
3. Utilizza il teorema dell'energia cinetica per calcolare il lavoro fatto sul satellite.

1) $U_1 = -G\dfrac{mM}{r_1}$ $r_1 = h_1 + R_T$

ALTEZZA

RAGGIO TERRA

$U_2 = -G\dfrac{mM}{r_2}$ $r_2 = h_2 + R_T$

2) $U = -2K$

$K_1 = -\dfrac{U_1}{2}$ $K_2 = -\dfrac{U_2}{2}$

3) $$W_{1\to 2} = K_2 - K_1 = -\frac{U_2}{2} + \frac{U_1}{2} =$$

$$= -\frac{1}{2}(U_2 - U_1) = -\frac{1}{2}\left(-G\frac{mM}{r_2} + G\frac{mM}{r_1}\right) =$$

$$= \frac{GmM}{2}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) = \frac{GmM}{2}\left(\frac{1}{R_T + h_2} - \frac{1}{R_T + h_1}\right) =$$

$$= \frac{\left(6{,}67 \times 10^{-11}\ \frac{N \cdot m^2}{kg^2}\right)(9{,}8 \times 10^3\ kg)(5{,}97 \times 10^{24}\ kg)}{2}\left(\frac{1}{6378 + 910} - \frac{1}{6378 + 480}\right) \times 10^{-3}\ m^{-1} =$$

$$= -0{,}001678\ldots \times 10^{13}\ J \simeq -1{,}7 \times 10^{10}\ J$$

$$\mathcal{E} = |W_{1\to 2}| = 1{,}7 \times 10^{10}\ J$$

ENERGIA IMPIEGATA

123 ◆◆◆ Un punto materiale inizialmente fermo (rispetto alla superficie terrestre) inizia a cadere partendo da un'altezza di $1,27 \times 10^7$ m rispetto al centro della Terra.

- Quanto tempo impiega a percorrere una distanza di 16,0 m verso il basso?
- Qual è il valore della sua velocità finale verso il basso?

[3,60 s; 8,89 m/s]

Dato che 16,0 m è una distanza piccola rispetto a $1,27 \times 10^7$ m, possiamo considerare il moto (approssimativamente) uniformemente accelerato (come avviene sulla superficie terrestre). L'accelerazione è

$$g' = G\frac{M}{r^2} = \left(6,67 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}\right)\frac{(5,97 \times 10^{24}\ kg)}{(1,27 \times 10^7\ m)^2} =$$

$$= 24,688\ldots \times 10^{-1} \frac{m}{s^2} = 2,4688\ldots \frac{m}{s^2}$$

Usiamo le formule del moto uniformemente accelerato

$$\Delta h = \frac{1}{2} g' t^2 \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta h}{g'}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (16,0\ m)}{2,4688\ldots \frac{m}{s^2}}} = 3,6002\ldots s$$

$$\simeq \boxed{3,60\ s}$$

$$v = g' t = \left(2,4688\ldots \frac{m}{s^2}\right)(3,6002\ldots s) = 8,8882\ldots \frac{m}{s}$$

$$\simeq \boxed{8,89 \frac{m}{s}}$$