33 È assegnata la funzione $f: x \mapsto \sqrt{x^2-1}$. Trova $f(x+1)$, $f(-1)$, $f(\sqrt{x})$. $[\sqrt{x^2+2x}; 0; \sqrt{x-1}]$

$f: x \longmapsto \sqrt{x^2-1}$ significa $f(x) = \sqrt{x^2-1}$

$f(x+1) = \sqrt{(x+1)^2-1} = \sqrt{x^2+\cancel{1}+2x-\cancel{1}} = \sqrt{x^2+2x}$

$f(-1) = \sqrt{(-1)^2-1} = 0$ (-1 è uno zero di f)

$f(\sqrt{x}) = \sqrt{(\sqrt{x})^2-1} = \sqrt{x-1}$

Data l'espressione $f(x) = \sqrt{x^2-1}$, qual è il suo dominio (naturale)?

Cioè, qual è il sottoinsieme di $\mathbb{R}$ più grande per cui tale espressione ha senso?

Per x tale che $x^2-1 \geq 0 \Rightarrow x \leq -1 \vee x \geq 1$

Quindi il dominio è $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1 \vee x \geq 1\} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

Possiamo perciò scrivere $f: D \to \mathbb{R}$

Se considero come dominio un sottoinsieme di D, ho una <u>RESTRIZIONE</u> di f a tale dominio

ESEMPIO

$f|_{[1,+\infty)}: [1,+\infty) \to \mathbb{R}$ $\quad f|_{[1,+\infty)}(x) = \sqrt{x^2-1}$

61 È assegnata la funzione $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ così definita:

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x < -2 \\ x & \text{se } -2 \le x \le 1. \\ -x^2 + 2x + 2 & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

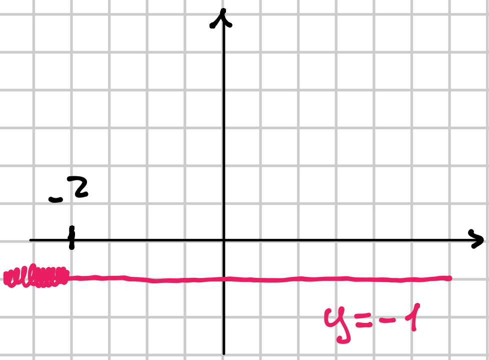
a. Calcola le immagini di $-3, -2, -\frac{1}{2}, 0, 1, 2$.

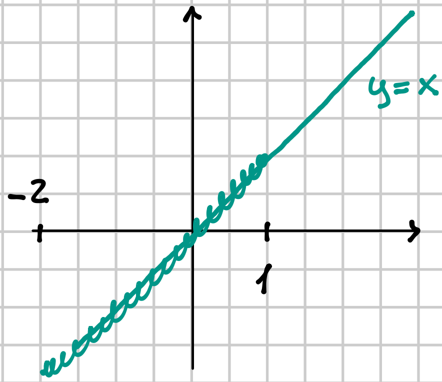
b. Trova i valori di x per cui $f(x) = -1$ e quelli per cui $f(x) = 2$.

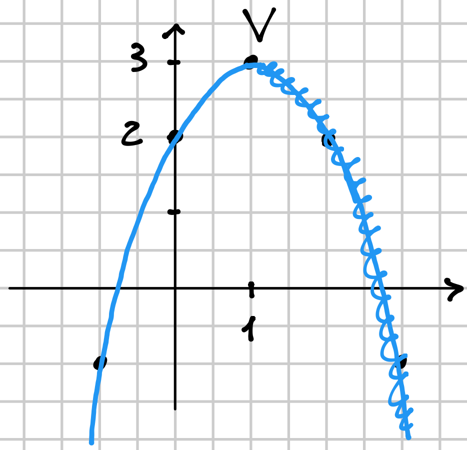
$\left[\text{a) } -1, -2, -\frac{1}{2}, 0, 1, 2; \text{ b) } x < -2 \vee x = -1 \vee x = 3 \vee x = 2\right]$

a) $f(-3) = -1 \qquad f(-2) = -2 \qquad f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} \qquad f(0) = 0$

$f(1) = 1 \qquad f(2) = -2^2 + 2 \cdot 2 + 2 = 2 \qquad f(3) = -3^2 + 2 \cdot 3 + 2 = -1$

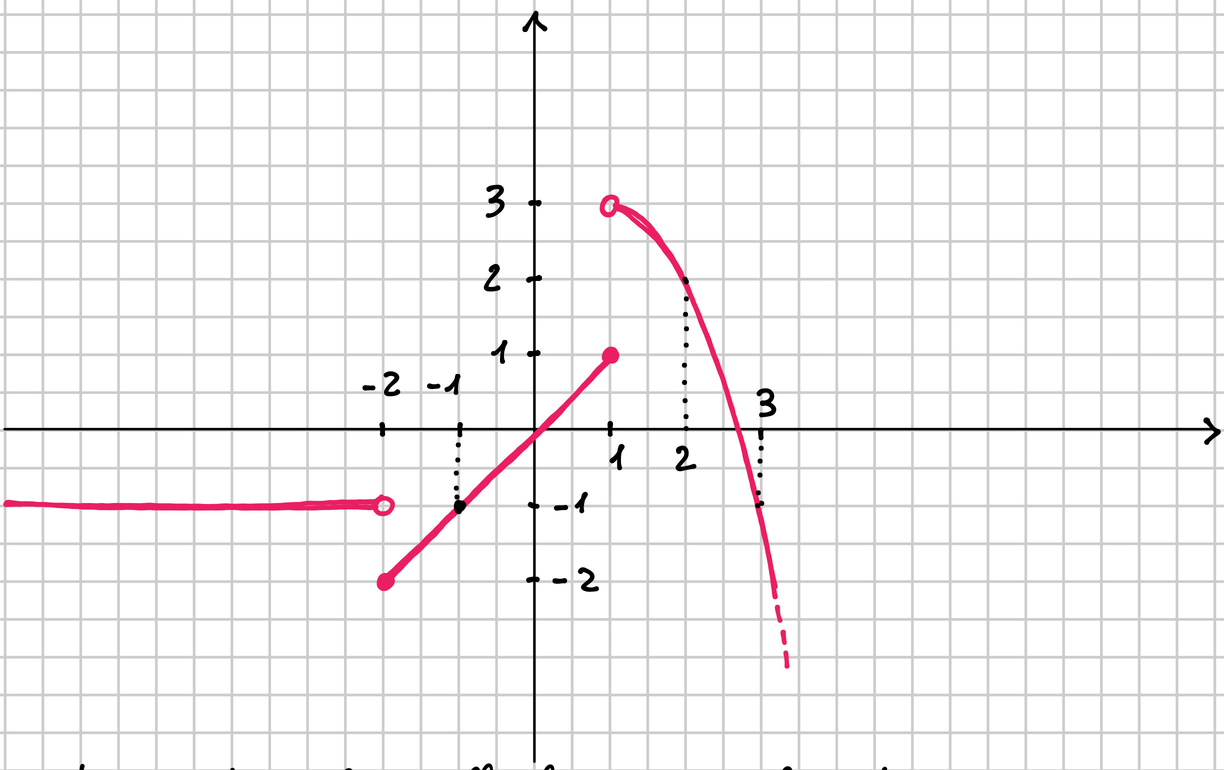






$y = -x^2 + 2x + 2$

$V(1, 3)$



b) Devo intersecare il grafico della funzione con la retta $y = -1$ e trovare le ascisse delle intersezioni

Graficamente si vede che $f(x)=-1$ per $x<-2 \lor x=-1 \lor x=3$

Algebricamente

$$\begin{cases} y=-1 \\ y=-1 \\ x<-2 \end{cases} \lor \begin{cases} y=-1 \\ y=x \\ -2\le x\le 1 \end{cases} \lor \begin{cases} y=-1 \\ y=-x^2+2x+2 \\ x>1 \end{cases}$$

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

$$x<-2 \qquad \begin{cases} x=-1 \\ -2\le x\le 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} -x^2+2x+2=-1 \\ x>1 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$x=-1$$

$$\begin{cases} x^2-2x-3=0 \\ x>1 \end{cases} \qquad \frac{\Delta}{4}=1+3=4 \qquad x=1\pm 2= \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$x=3$$

$f(x)=2$ si ha solo per $x=2$ (si vede graficamente, ma si potrebbe vedere algebricamente come prima)