62 Data la funzione $f(x) = \begin{cases} x & \text{se } |x| < 1 \\ -2x+1 & \text{se } |x| \geq 2 \end{cases}$:

a. calcola le immagini di $-2, 0, 1$ e 3;

b. calcola le controimmagini di $-\frac{1}{2}$ e 7;

c. indica gli intervalli in cui la funzione non è definita.

$(-2,-1] \cup [1,2)$

[a) $5, 0, \nexists, -5$; b) $-\frac{1}{2}, -3$; c) $-2 < x \leq -1 \vee 1 \leq x < 2$]

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } -1 < x < 1 \\ -2x+1 & \text{se } x \leq -2 \vee x \geq 2 \end{cases}$$

a) $f(-2) = -2\cdot(-2)+1 = 5$

$f(0) = 0$

$f(1)$ NON ESISTE

(1 non è nel dominio)

$f(3) = -2\cdot 3+1 = -5$

b) Calcolo le controimmagini di $-\frac{1}{2}$

$$f(x) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ -1 < x < 1 \end{cases} \vee \begin{cases} -2x+1 = -\frac{1}{2} \\ x \leq -2 \vee x \geq 2 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$x = -\frac{1}{2} \quad \vee \quad \begin{cases} -2x = -\frac{1}{2} - 1 \\ // \end{cases} \quad \begin{cases} -2x = -\frac{3}{2} \\ // \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{3}{4} \\ x \leq -2 \vee x \geq 2 \end{cases}$$

$$\emptyset$$

L'unica controimmagine di $-\frac{1}{2}$ è $-\frac{1}{2}$

Calcolo le controimmagini di 7

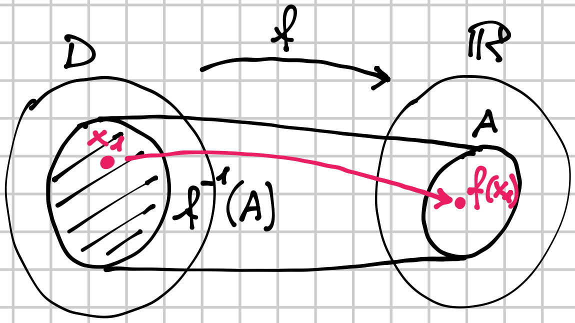
$$f(x) = 7 \Rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ -1 < x < 1 \end{cases} \vee \begin{cases} -2x+1 = 7 \\ x \leq -2 \vee x \geq 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -3 \\ x \leq -2 \vee x \geq 2 \end{cases}$$

$$\emptyset \qquad\qquad \Downarrow$$

$$x = -3$$

L'unica controimmagine di 7 è -3

Dato la funzione $f: D \to \mathbb{R}$, dato $A \subseteq \mathbb{R}$, l'insieme CONTROIMMAGINE di A è il sottoinsieme di D che contiene tutte le controimmagini degli elementi di A. Si denota con $f^{-1}(A)$



$$f^{-1}(A) = \{x \in D \mid f(x) \in A\}$$

Nel nostro caso $f^{-1}(\{-\frac{1}{2}\}) = \{-\frac{1}{2}\}$ $\qquad f^{-1}(\{7\}) = \{-3\}$

ALTRO ESEMPIO

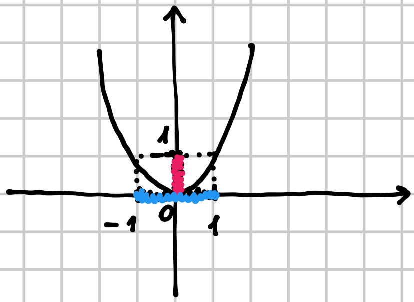
$g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $\qquad g(x) = x^2$

$g^{-1}(\{4\}) = \{-2, 2\}$

$g^{-1}(\{0, 1\}) = \{0, -1, 1\}$

$g^{-1}([0, 1]) = [-1, 1]$

INTERVALLO



102 $\quad y = \dfrac{2x-7}{x^4 - x^3 + 3x^2}$ $\qquad$ Calcolare il dominio

$x^4 - x^3 + 3x^2 \neq 0$

la trasformo momentaneamente in un'equazione

$x^4 - x^3 + 3x^2 = 0 \qquad x^2(x^2 - x + 3) = 0$

$x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$

$x^2 - x + 3 = 0 \quad \emptyset$

$\Delta = 1 - 12 < 0$

$x \neq 0 \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{0\} = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

Calcolare il dominio

123 $y = \dfrac{2-\sqrt{4-x^2}}{\sqrt{x^2+3}+2x}$

$$\begin{cases} 4-x^2 \geq 0 & \boxed{1} \\ \sqrt{x^2+3}+2x \neq 0 & \boxed{2} \\ \underbrace{x^2+3 \geq 0}_{\text{non serve}} \end{cases}$$

$\boxed{1}$ $4-x^2 \geq 0$

$-x^2 \geq -4$

$x^2 \leq 4$

$-2 \leq x \leq 2$

$\boxed{2}$ $\sqrt{x^2+3}+2x \neq 0$

Risolvo $\sqrt{x^2+3}+2x = 0$

$\sqrt{x^2+3} = -2x$

$$\begin{cases} -2x \geq 0 \\ x^2+3 = 4x^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} x \leq 0 \\ 3x^2-3=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ 3(x^2-1)=0 \end{cases} \Rightarrow x=-1$$

$x = \pm 1$

$\hookrightarrow x \neq -1$ da intersecare con la condizione di esistenza del radicale, che in questo caso è $\mathbb{R}$

$\Downarrow$

$x \neq -1$

$$\begin{cases} -2 \leq x \leq 2 \\ x \neq -1 \end{cases} \Rightarrow -2 \leq x < -1 \vee -1 < x \leq 2$$

$D = [-2,-1) \cup (-1, 2]$ oppure $D = [-2, 2] \setminus \{-1\}$