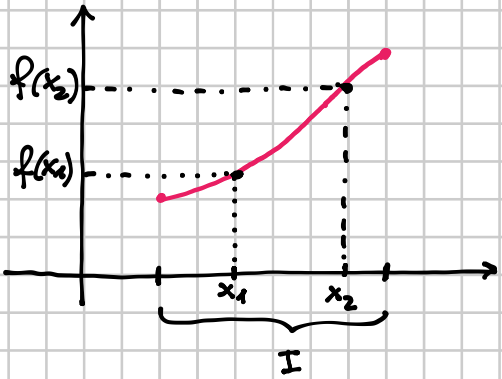
$f: I \to \mathbb{R}$ è STRETTAMENTE CRESCENTE in I se

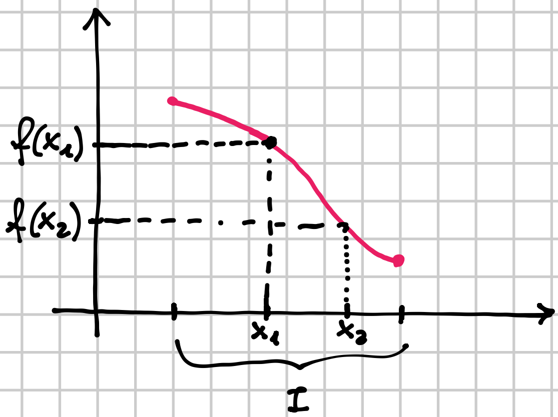
I: INTERVALLO

$$\forall x_1, x_2 \in I \qquad x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2)$$

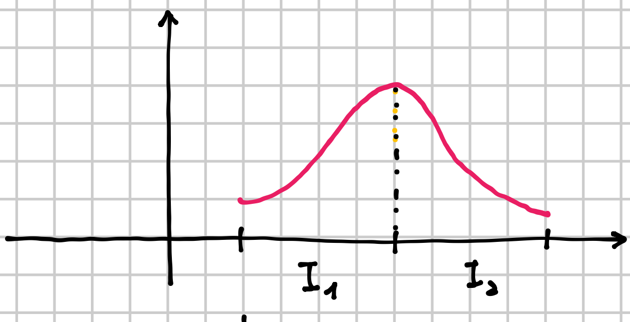


$f: I \to \mathbb{R}$ è STRETTAMENTE DECRESCENTE in I se

$$\forall x_1, x_2 \in I \qquad x_1 < x_2 \implies f(x_1) > f(x_2)$$



Se $f: D \to \mathbb{R}$ tale che



si può dire che f è strett. crescente in I_1 e strett. decrescente in I_2

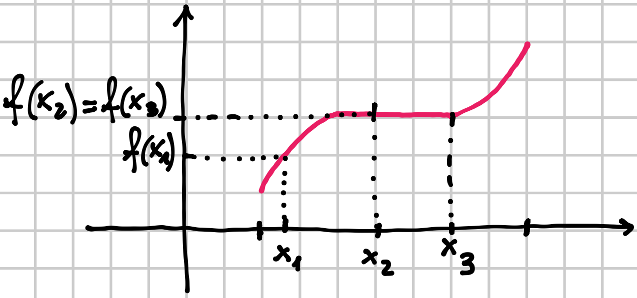
Se una funzione è strett. crescente oppure strett. decrescente in I si dice che essa è STRETTAMENTE MONOTÒNA

TEOREMA

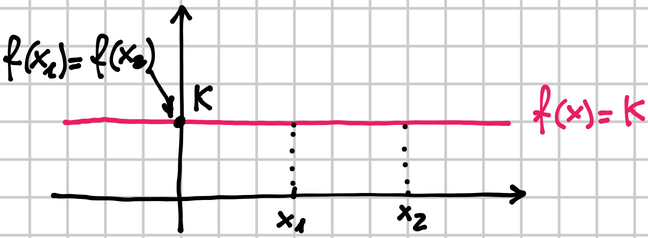
Una funzione $f: I \to \mathbb{R}$ strett. monotona è iniettiva.

$f: I \to \mathbb{R}$ si dice NON DECRESCENTE (o CRESCENTE IN SENSO LATO) se

$$\forall x_1, x_2 \in I \qquad x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$



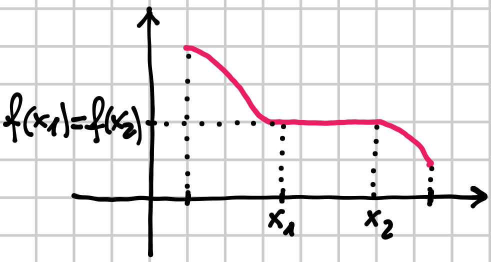
Una funzione costante è una funzione $f: D \to \mathbb{R}$ tale che $\exists K \in \mathbb{R}$ tale che $\forall x \in D \; f(x) = K$



Una funz. costante è NON DECRESCENTE

$f: I \to \mathbb{R}$ è NON CRESCENTE (o DECRESCENTE IN SENSO LATO) se

$$\forall x_1, x_2 \in I \qquad x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$



Una funzione NON DECRESCENTE o NON CRESCENTE si dice MONOTÒNA

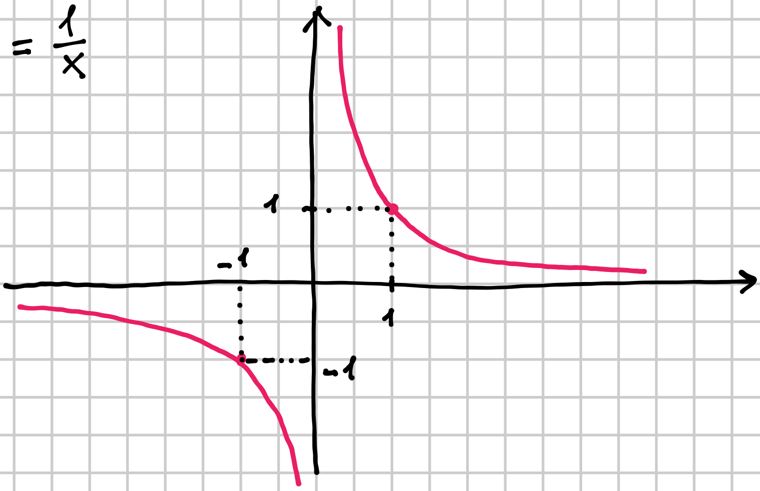
OSSERVAZIONE

f strett. crescente $\Rightarrow$ f è anche non decrescente

f strett. decrescente $\Rightarrow$ f è anche non crescente

ESEMPIO IMPORTANTE

$f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R} \qquad f(x) = \frac{1}{x}$



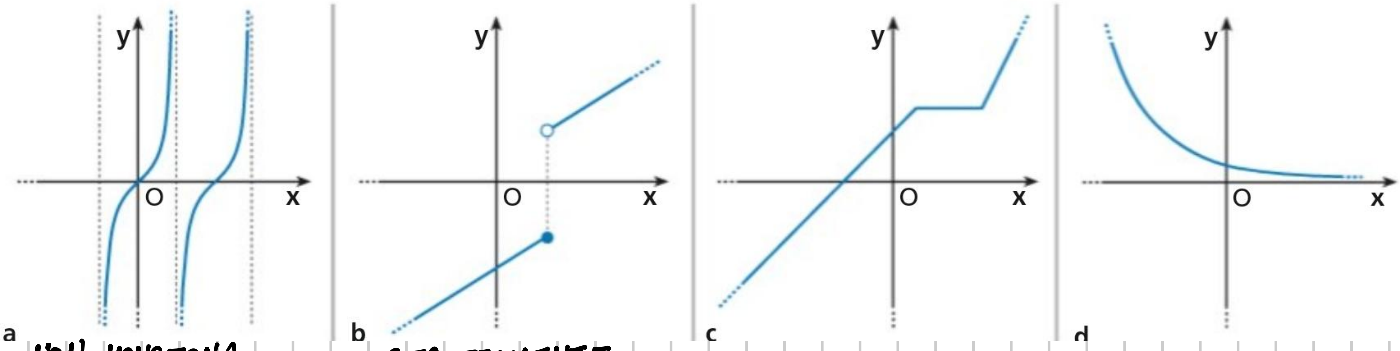
f è strett. decrescente?

Ricordiamo la definizione: $\quad \forall x_1, x_2 \quad x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

Ma se prendo $x_1 = -1$ e $x_2 = 1$ o che $x_1 < x_2$,
ma $f(x_1) = -1$ e $f(x_2) = 1$ e quindi $f(x_1) < f(x_2)$

f dunque <u>non</u> è strett. decrescente in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, ma lo è <u>separatamente</u> in $(-\infty, 0)$ e in $(0, +\infty)$

246 **LEGGI IL GRAFICO** Indica quali tra i seguenti grafici rappresentano funzioni crescenti o decrescenti nel loro dominio, precisando se lo sono in senso stretto o in senso lato.



a NON MONOTONA

b STRETTAMENTE CRESCENTE

c NON DECRESCENTE

d STRETTAMENTE DECRESCENTE

257 Dimostra che la funzione $y = \frac{x-2}{4x}$ è crescente per $x < 0$ e per $x > 0$.

$f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ $\quad f(x) = \frac{x-2}{4x}$ è strettamente crescente in $(-\infty, 0)$ e in $(0, +\infty)$

$x > 0$

Devo dimostrare che $\forall x_1, x_2 > 0$ se $x_1 < x_2$ allora $f(x_1) < f(x_2)$

$$\boxed{f(x) = \frac{x-2}{4x} = \frac{x}{4x} - \frac{2}{4x} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2x}}$$

Siano dati $x_1, x_2 > 0$ con $x_1 < x_2$

$$\frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$$

$$-\frac{1}{x_1} < -\frac{1}{x_2}$$

$$-\frac{1}{2x_1} < -\frac{1}{2x_2}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{2x_1} < \frac{1}{4} - \frac{1}{2x_2}$$

$$\frac{x_1 - 2}{4x_1} < \frac{x_2 - 2}{4x_2}$$ cioè $f(x_1) < f(x_2)$

quindi è strett. crescente in $(0, +\infty)$

Per $(-\infty, 0)$ si ragiona allo stesso modo.