

Considera la funzione  $f(x) = \frac{x+a}{bx}$  e trova  $a$  e  $b$  in modo che  $f(3) = \frac{1}{3}$  e  $f(-1) = 1$ . Dimostra poi che è invertibile, trova  $f^{-1}$  e verifica che  $(f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) = x$ .

$$\left[ a = -1, b = 2; y = \frac{1}{1-2x} \right]$$

$$f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$b \neq 0$$

$$f(3) = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3+a}{3b} = \frac{1}{3} \\ \frac{-1+a}{-b} = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} b = 3+a \\ -1+a = -b \end{cases} \quad \begin{cases} b = 3+a \\ -1+a = -3-a \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 3+a \\ 2a = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} b = 2 \\ a = -1 \end{cases}$$

la funzione è  $f(x) = \frac{x-1}{2x}$   $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$

Dimostrare che è iniettiva:

$$f(x_1) = f(x_2)$$

$$\frac{x_1-1}{2x_1} = \frac{x_2-1}{2x_2}$$

$$x_2(x_1-1) = x_1(x_2-1)$$

$$x_2x_1 - x_2 = x_1x_2 - x_1$$

$$-x_2 = -x_1$$

$$x_1 = x_2 \text{ è iniettiva}$$

$$f(x) = \frac{x-1}{2x} = \frac{x}{2x} - \frac{1}{2x} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2x}$$

$\frac{1}{2}$  non è l'immagine di alcun elemento del dominio

Dato  $y$  se  $y = \frac{1}{2} - \frac{1}{2x}$

cerco  $x$

$$y - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2x}$$

$$\frac{1}{2x} = \frac{1}{2} - y$$

$$\frac{1}{2x} = \frac{1-2y}{2}$$

$$x = \frac{1}{1-2y}$$

$x$  lo trovo sempre tranne quando  $y = \frac{1}{2}$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{1-2x}$$

$$f^{-1}: \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

SOLO PER TROVARE L'INSIEME IMMAGINE

$$f(x) = \frac{x-1}{2x}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{1-2x}$$

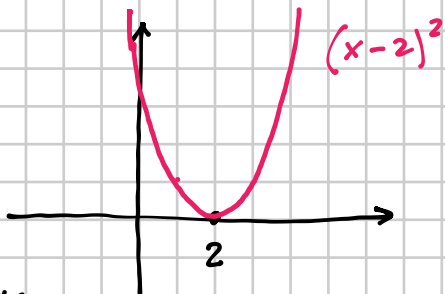
$$f(f^{-1}(x)) = f\left(\frac{1}{1-2x}\right) = \frac{\frac{1}{1-2x} - 1}{2 \cdot \frac{1}{1-2x}} = \frac{\frac{\cancel{x} - \cancel{1} + 2x}{1-2x}}{\frac{2}{1-2x}} = \frac{\cancel{2}x}{1-2x} \cdot \frac{1-\cancel{2}x}{\cancel{2}} = x$$

$$f^{-1}(f(x)) = f^{-1}\left(\frac{x-1}{2x}\right) = \frac{1}{1-\cancel{2} \cdot \frac{x-1}{\cancel{2}x}} = \frac{1}{1-\frac{x-1}{x}} = \frac{1}{\frac{x-x+1}{x}} = \frac{1}{\frac{1}{x}} = x$$

Cosa succede se ho il grafico di una funzione  $y=f(x)$  e passo a  $y=f(x+a)$  con  $a>0$ ?

ES.

1)  $y=x^2$   $\xrightarrow{\text{passo } a}$   $y=(x-2)^2$  come è fatto il grafico?



TRASLO IL GRAFICO  
A DESTRA DI UNA  
QUANTITÀ PARI A 2

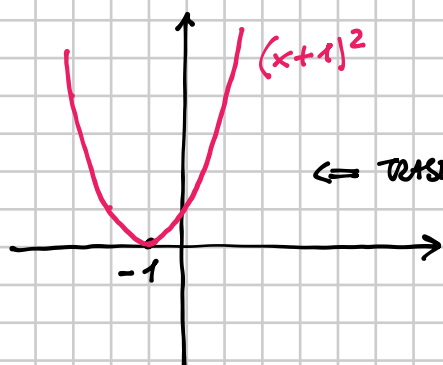
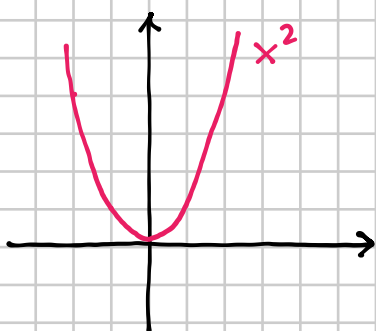


2) DISEGNARE  $y=(x+1)^2-2$

PASSI:  $y=x^2$

$$y=(x+1)^2$$

$$y=(x+1)^2-2$$



← TRASLO A SINISTRA DI 1

