

FASCI DI RETTE

FASCIO DI RETTE PROPRIO = l'insieme delle rette che passano
tutte per uno stesso punto $C(x_0, y_0)$
↓
CENTRO DEL FASCIO

EQUAZIONE DEL FASCIO
DI CENTRO $C(x_0, y_0)$

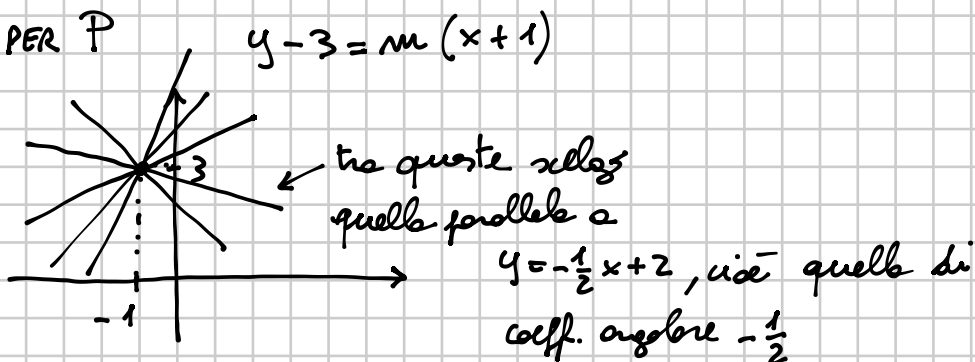
$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

↳ è esclusa la retta $x = x_0$

ESEMPIO DI APPLICAZIONE

Trovare la retta per $P(-1, 3)$ parallela alla retta $y = -\frac{1}{2}x + 2$

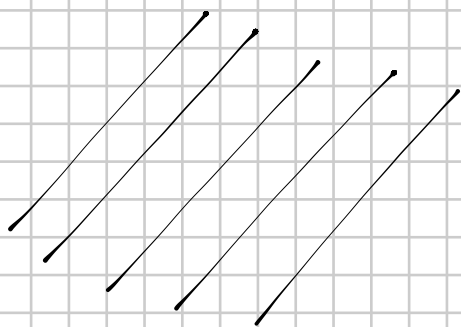
FASCIO DI RETTE PER P
(PROPRIO)



$$y - 3 = -\frac{1}{2}(x + 1)$$

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} + 3 \quad y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

FASCIO IMPROPRIO DI RETTE = l'insieme di tutte
le rette parallele a una retta data (e quindi
parallele tra di loro)



$y = 2x + k$ ← PARAMETRO ⇒ ogni volta che
assegno un valore a k
ho una retta del
fascio.
Il coeff. angolare è
FISSATO

ANCORA SUI FASCI DI RETTE

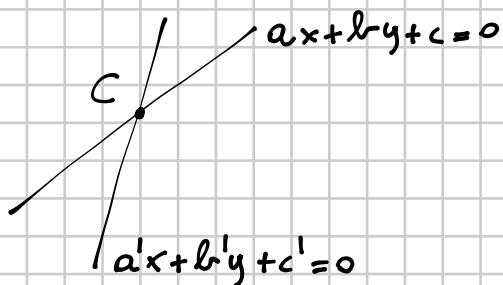
Date 2 rette distinte $ax+by+c=0$ $a'x+b'y+c'=0$

il fascio di rette di GENERatrici le 2 rette date è

$$p(ax+by+c) + q(a'x+b'y+c') = 0$$

$p, q \in \mathbb{R}^p$
(non entrambi nulli)

• Se le 2 rette sono incidenti:



l'equazione rappresenta il
fascio di rette che passano per
C (il punto di incidenza)
↓
CENTRO DEL FASCIO

FASCIO
PROPRIO

ESEMPIO

GENERatrici $\begin{cases} x+y-1=0 \\ 2x-y+2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1-y \\ 2(1-y)-y+2=0 \end{cases} \begin{cases} x=1-y \\ 2-2y-y+2=0 \end{cases}$

$$\begin{cases} x=1-\frac{4}{3}=-\frac{1}{3} \\ y=\frac{4}{3} \end{cases} \quad C\left(-\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$$

$$p(x+y-1) + q(2x-y+2) = 0 \quad \text{FASCIO PROPRIO DI CENTRO } C$$

Assegniamo due valori a p e q . Ad es. $p=2$ $q=3$

$$2(x+y-1) + 3(2x-y+2) = 0 \quad \text{retta passante per } C$$

$$2x+2y-2 + 6x-3y+6 = 0$$

$$8x-y+4=0$$

$$C\left(-\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right) \rightarrow 8\left(-\frac{1}{3}\right) - \frac{4}{3} + 4 = 0$$

$$-\frac{8}{3} - \frac{4}{3} + 4 = 0 \quad -\frac{12}{3} + 4 = 0 \quad 0=0 \text{ OK!}$$

- Se le 2 rette sono parallele:

Diagram showing two parallel lines. The top line is labeled $ax+by+c=0$ and the bottom line is labeled $a'x+b'y+c'=0$.

l'equazione $p(ax+by+c)+q(a'x+b'y+c')=0$
rappresenta il fascio improprio di rette
parallele a quelle date

ESEMPIO

Date le rette $2x+y-1=0$ sono parallele perché $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$
 $4x+2y+7=0$ coeff. angolare $m = -\frac{a}{b} = -2$

$$p(2x+y-1)+q(4x+2y+7)=0$$

$$p=3 \quad q=5$$

$$3(2x+y-1)+5(4x+2y+7)=0$$

$$6x+3y-3+20x+10y+35=0$$

$$26x+13y+32=0 \quad m = -\frac{26}{13} = -2$$

OSSERVAZIONE

L'equazione $p(ax+by+c) + q(a'x+b'y+c') = 0$

rappresenta TUTTE le rette del fascio (proprio o improprio)

Se $p \neq 0$ posso dividere per p

$$ax+by+c + \frac{q}{p}(a'x+b'y+c') = 0$$

$$\frac{q}{p} = k$$

$$ax+by+c + k(a'x+b'y+c') = 0$$

ALTRO MODO DI
SCRIVERE IL FASCIO,

MA MANCA LA

$$\text{RETTA } a'x+b'y+c'=0$$

$$a'x+b'y+c'=0 \text{ è la}$$

retta mancante

↑
In questo caso rientra anche il "verchio" fascio $y-y_0 = m(x-x_0)$

Fra le rette del fascio le cui generatrici hanno equazioni $3x - 2y - 3 = 0$ e $3x - 4y = 0$, determina quella parallela alla retta di equazione $3x + 4y + 2 = 0$. [$3x + 4y - 12 = 0$]

FASCIO

$$3x - 2y - 3 + K(3x - 4y) = 0$$

$$\parallel 3x + 4y + 2 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$m = -\frac{3}{4}$$

$$3x - 2y - 3 + 3Kx - 4Ky = 0$$

$$(3 + 3K)x + (-2 - 4K)y - 3 = 0$$

1° modo = uguagliamo i coeff. angolari

$$-\frac{3 + 3K}{-2 - 4K} = -\frac{3}{4}$$

$$K \neq -\frac{1}{2}$$

$$4(3 + 3K) = 3(-2 - 4K)$$

$$12 + 12K = -6 - 12K$$

$$24K = -18$$

$$K = -\frac{3}{4}$$

$$(3 + 3(-\frac{3}{4}))x + (-2 - 4(-\frac{3}{4}))y - 3 = 0$$

$$(3 - \frac{9}{4})x + y - 3 = 0$$

$$\frac{3}{4}x + y - 3 = 0$$

$$\boxed{3x + 4y - 12 = 0}$$

2° modo forma implicita $\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}$

oppure $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$

oppure $ab' - a'b = 0$

\Downarrow viene la stessa equazione

$$\frac{3 + 3K}{3} = \frac{-2 - 4K}{4}$$

....

STUDIARE IL FASCIO:

599 $(3 - k)x + (k + 1)y + 4k - 8 = 0$

$$3x - kx + ky + y + 4k - 8 = 0$$

$$3x + y - 8 + k(-x + y + 4) = 0$$

determinare

- GENERATRICI

- PROPRIO/IMPROPRIO

- CENTRO (SE F. PROPRIO)

GENERATRICI

$$\begin{cases} 3x + y - 8 = 0 \\ -x + y + 4 = 0 \end{cases}$$

MANCANTE

FASCIO PROPRIO

$$\begin{cases} 3x + x - 4 - 8 = 0 \\ y = x - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x = 12 \\ y = x - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 3 - 4 = -1 \end{cases}$$

CENTRO
 $C(3, -1)$