

Scrivi l'equazione del fascio generato dalle rette  $2x + y - 1 = 0$ ,  $4x + 2y + 3 = 0$  e trova:

- l'equazione della retta che passa per il punto  $P(2; 0)$ ;
- l'equazione delle rette che incontrano gli assi in due punti  $A$  e  $B$  tali che l'area del triangolo  $AOB$  sia 1;
- l'equazione della retta perpendicolare alla retta  $x - 3y - 1 = 0$ .

[a)  $2x + y - 4 = 0$ ; b)  $2x + y - 2 = 0$ ,  $2x + y + 2 = 0$ ; c) non esiste]

$$2x + y - 1 + K(4x + 2y + 3) = 0$$

a)  $P(2, 0)$

$$4 + 0 - 1 + K(8 + 0 + 3) = 0$$

$$3 + 11K = 0 \quad K = -\frac{3}{11}$$

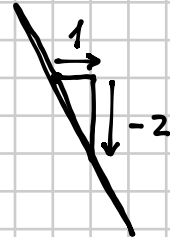
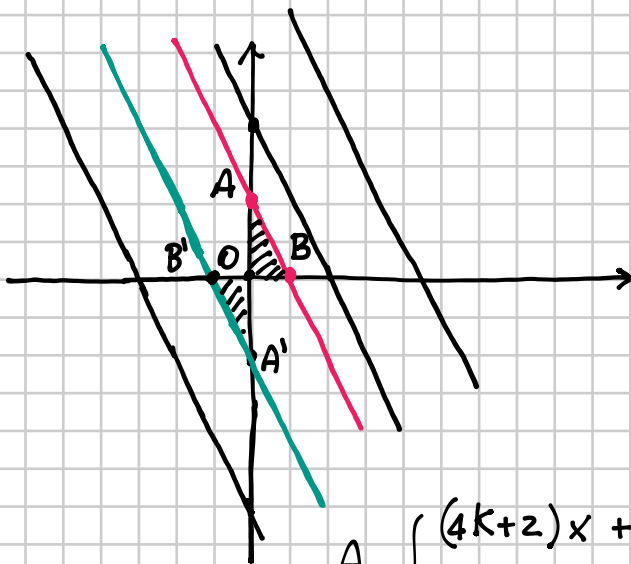
$$2x + y - 1 - \frac{3}{11}(4x + 2y + 3) = 0$$

$$22x + 11y - 11 - 12x - 6y - 9 = 0$$

$$10x + 5y - 20 = 0$$

$$2x + y - 4 = 0$$

b) Osservo che il fascio è IMPROPRIO, di coeff. angolare  $-2$



FASCIO  $2x + y - 1 + K(4x + 2y + 3) = 0$

$$2x + y - 1 + 4Kx + 2Ky + 3K = 0$$

$$(4K + 2)x + (2K + 1)y + 3K - 1 = 0$$

$$A \begin{cases} (4K + 2)x + (2K + 1)y + 3K - 1 = 0 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{1 - 3K}{2K + 1} \\ x = 0 \end{cases}$$

$$A\left(0, \frac{1 - 3K}{2K + 1}\right) \Rightarrow \overline{AO} = \left| \frac{1 - 3K}{2K + 1} \right|$$

$$B \begin{cases} (4K + 2)x + (2K + 1)y + 3K - 1 = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1 - 3K}{4K + 2} \\ y = 0 \end{cases} \quad B\left(\frac{1 - 3K}{4K + 2}, 0\right)$$

$$\overline{BO} = \left| \frac{1 - 3K}{4K + 2} \right|$$

Area del triangolo

$$A = \frac{1}{2} \overline{AO} \cdot \overline{BO} = 1$$

↑ IMPOSTO CHE SIA UGUALE A 1

$$\frac{1}{2} \left| \frac{1-3k}{2k+1} \right| \cdot \left| \frac{1-3k}{4k+2} \right| = 1$$

$$\left| \frac{1-3k}{2k+1} \right| \cdot \left| \frac{1-3k}{2(2k+1)} \right| = 2$$

$$\frac{|1-3k|}{|2k+1|} \cdot \frac{|1-3k|}{2|2k+1|} = 2$$

$$\frac{|1-3k|^2}{|2k+1|^2} = 4$$

$$(1-3k)^2 = 4(2k+1)^2$$

$$1+9k^2-6k = 4(4k^2+1+4k)$$

$$1+9k^2-6k = 16k^2+4+16k$$

$$7k^2+22k+3=0$$

$$k = \frac{-11 \pm \sqrt{121-21}}{7} = \begin{cases} \frac{-11+10}{7} = -\frac{1}{7} \\ \frac{-11-10}{7} = -3 \end{cases}$$

$$(4k+2)x + (2k+1)y + 3k-1 = 0 \text{ Eq. Fascio}$$

$$k = -\frac{1}{7} \Rightarrow \left(-\frac{4}{7}+2\right)x + \left(-\frac{2}{7}+1\right)y - \frac{3}{7} - 1 = 0$$

$$\frac{10}{7}x + \frac{5}{7}y - \frac{10}{7} = 0 \Rightarrow \boxed{2x + y - 2 = 0}$$

$$k = -3 \Rightarrow -10x - 5y - 10 = 0 \Rightarrow \boxed{2x + y + 2 = 0}$$

$$c) (4k+2)x + (2k+1)y + 3k - 1 = 0 \quad \text{Eq. FASCIO}$$

trovare la retta del fascio  $\perp$   $x - 3y - 1 = 0$

condiz. di perpendicolarità

$$\text{in forma implicita } aa' + bb' = 0 \Rightarrow (4k+2) \cdot 1 + (2k+1) \cdot (-3) = 0$$

(esplicita  $m \cdot m' = -1$ )

$$4k + 2 - 6k - 3 = 0$$

$$-2k = 1 \quad k = -\frac{1}{2}$$

Sostituendo nell'equazione del fascio:

$$\underbrace{\left(4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 2\right)}_0 x + \underbrace{\left(2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 1\right)}_0 y + 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - 1 = 0$$

$$-\frac{3}{2} - 1 = 0 \quad \text{IMPOSSIBILE}$$

Infatti  $x - 3y - 1 = 0$  ha coeff. angolare  $\frac{1}{3}$ , mentre tutte le rette del fascio hanno coeff. angolare  $-2$ , quindi una perpendicolare dovrà avere come coeff. angolare  $\frac{1}{2}$ .