Trovare le bisettrici degli angoli formati dalle 2 rette:

498 $3x + 5y - 3 = 0,\qquad 5x - 3y + 1 = 0.$ $[2x - 8y + 4 = 0; 8x + 2y - 2 = 0]$

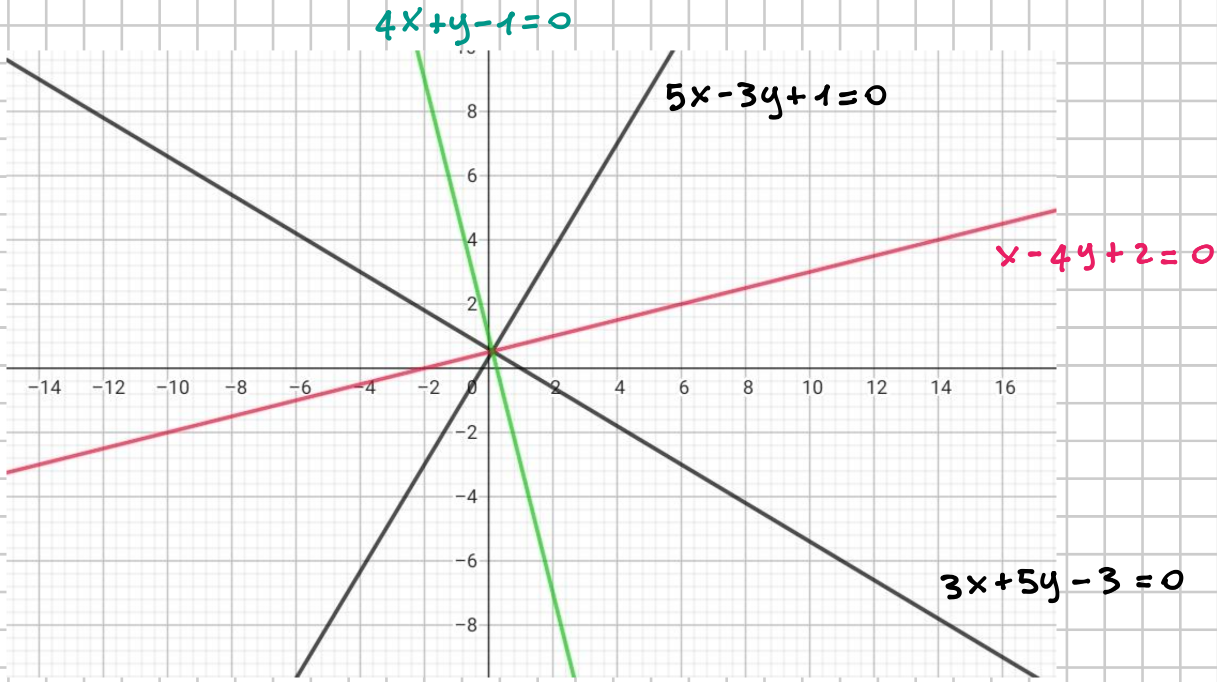
$$\frac{|3x+5y-3|}{\sqrt{3^2+5^2}} = \frac{|5x-3y+1|}{\sqrt{5^2+(-3)^2}}$$

$$\frac{3x+5y-3}{\cancel{\sqrt{34}}} = \pm\frac{5x-3y+1}{\cancel{\sqrt{34}}}$$

$3x+5y-3 = 5x-3y+1 \quad \vee \quad 3x+5y-3=-5x+3y-1$

$-2x+8y-4=0 \qquad\qquad 8x+2y-2=0$

$x-4y+2=0 \qquad\qquad 4x+y-1=0$



BARICENTRO DI UN TRIANGOLO DATI I VERTICI

$A(x_A, y_A)$ $B(x_B, y_B)$ $C(x_C, y_C)$

$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$$

124 Un triangolo *ABC* con *A*(− 3; 2) e *B*(4; 1) ha come baricentro *G*(1; 3). Calcola le coordinate di *C*. [(2; 6)]

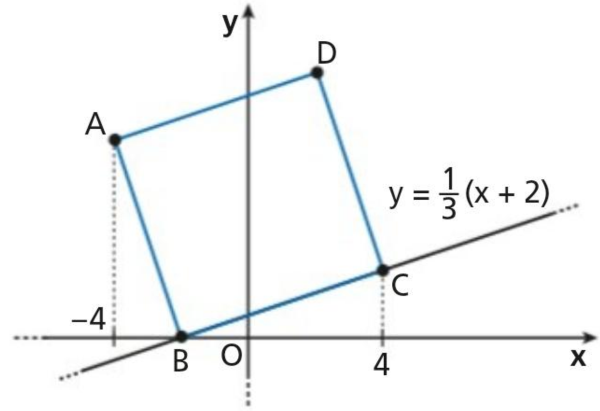
$A(-3,2)$ $B(4,1)$ $G(1,3)$ $C = ?$

$$\frac{-3+4+x_C}{3} = 1 \qquad \frac{2+1+y_C}{3} = 3$$

$$1 + x_C = 3 \qquad 3 + y_C = 9$$

$$x_C = 2 \qquad y_C = 6 \qquad C(2,6)$$

525 Il quadrilatero $ABCD$ della figura è un quadrato. Trova le coordinate di D. [(2; 8)]



$$B \begin{cases} y = \frac{1}{3}(x+2) \\ y = 0 \quad (\text{asse } x) \end{cases}$$

$0 = \frac{1}{3}(x+2)$

$x = -2$

$B(-2,0)$

retta AB $\quad y - 0 = -3(x+2) \quad \Rightarrow \quad y = -3x - 6$

↳ retta per B perpendicolare a BC

per trovare A sostituisco $x = -4$ $\quad y = -3(-4) - 6 = 6$

$A(-4,6)$

$C \rightarrow y = \frac{1}{3}(x+2)$ $\quad x = 4 \quad y = \frac{1}{3}(4+2) = 2$

$C(4,2)$

retta AD (parallela a BC passante per A) $\quad y - 6 = \frac{1}{3}(x+4)$

retta DC (parallela a AB passante per C) $\quad y - 2 = -3(x-4)$

$$\begin{cases} y - 6 = \frac{1}{3}(x+4) \\ y - 2 = -3(x-4) \end{cases} \quad \begin{cases} 14 - 3x - 6 = \frac{1}{3}(x+4) \\ y = 2 - 3x + 12 = 14 - 3x \end{cases} \quad \begin{cases} (8 - 3x) \cdot 3 = x + 4 \\ // \end{cases}$$

$24 - 9x = x + 4 \qquad 10x = 20$

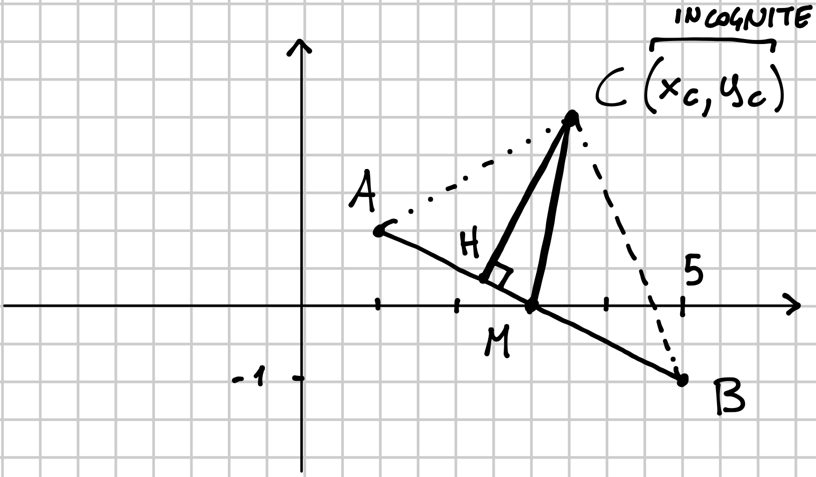
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 14 - 6 = 8 \end{cases}$$

$\boxed{D(2,8)}$

Determina il punto medio M del segmento di estremi $A(1,1)$ e $B(5,-1)$. Sapendo che il triangolo ABC ha area 5, che la mediana CM è lunga $\sqrt{5}$ e che il punto C appartiene al primo quadrante, trova le coordinate di C.

$[C(4,2)]$

$$M\left(\frac{1+5}{2}, \frac{1-1}{2}\right) = (3, 0)$$



$$\overline{AB} = \sqrt{(1-5)^2+(1+1)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{CH} = \frac{2\mathcal{A}}{\overline{AB}} = \frac{\cancel{2}\cdot 5}{\cancel{2}\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

(quindi il triangolo è isoscele)

retta AB

$A(1,1)$ $B(5,-1)$

$$\frac{y-1}{-1-1} = \frac{x-1}{5-1} \qquad \frac{y-1}{-\cancel{2}} = \frac{x-1}{\cancel{4}\,2}$$

$$y-1 = -\frac{1}{2}(x-1)$$

$$2y-2 = -x+1$$

$$x+2y-3=0$$

$$\overline{CH} = \sqrt{5}$$

$$\frac{|x_c+2y_c-3|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \sqrt{5} \qquad 1^a \text{ equazione}$$

$$\overline{CM} = \sqrt{5}$$

$$\sqrt{(x_c-3)^2+(y_c-0)^2} = \sqrt{5} \qquad 2^a \text{ equazione}$$

$$\begin{cases} |x+2y-3| = 5 \\ (x-3)^2+y^2 = 5 \end{cases} \qquad \begin{cases} x+2y-3 = \pm 5 \\ x^2+9-6x+y^2 = 5 \end{cases}$$

$\boxed{+}$

$$\begin{cases} x+2y-3=5 \\ x^2+9-6x+y^2=5 \end{cases} \qquad \begin{cases} x=-2y+8 \\ (-2y+8)^2+9-6(-2y+8)+y^2=5 \end{cases}$$

$$4y^2+64-32y+9+12y-48+y^2-5=0$$

$$5y^2-20y+20=0$$

$$y^2-4y+4=0 \qquad (y-2)^2=0 \Rightarrow \begin{cases} y=2 \\ x=4 \end{cases}$$

$\boxed{C(4,2)}$ OK I QUADR.

$\boxed{-}$

$$\begin{cases} x+2y-3=-5 \\ x^2+9-6x+y^2=5 \end{cases} \qquad \begin{cases} x=-2y-2 \\ (-2y-2)^2+9-6(-2y-2)+y^2-5=0 \end{cases}$$

$$4y^2+4+8y+9+12y+12+y^2-5=0$$

$$5y^2+20y+20=0$$

$$y^2+4y+4=0 \qquad (y+2)^2=0$$

$$\begin{cases} y=-2 \\ x=2 \end{cases}$$ N.Acc. perché non nel I QUAD.

54 Studia il fascio di rette di equazione $3kx - (1+2k)y - 6 = 0$ al variare di k in $\mathbb{R}$.

a. Determina, tra le rette del fascio, quella che incontrando gli assi cartesiani forma il triangolo OAB che ha incentro nel punto $(1; -1)$ ~~e quella che forma il triangolo OCD che ha baricentro in $\left(-\frac{8}{3}; -4\right)$.~~

~~**b.** Calcola il rapporto tra le aree dei triangoli OAB e OCD.~~

~~**c.** Indica per quali valori di k le rette del fascio intersecano il segmento di estremi $(-8; 0)$ e $(4; 0)$.~~

[fascio di centro $(-4; -6)$, generatrici $2y - 3x = 0$ e $y + 6 = 0$; a) $3x - 4y - 12 = 0$; ~~$3x + 2y + 24 = 0$; b) $\frac{1}{8}$; c) $k \le -\frac{1}{4} \vee k \ge \frac{1}{2}$~~]

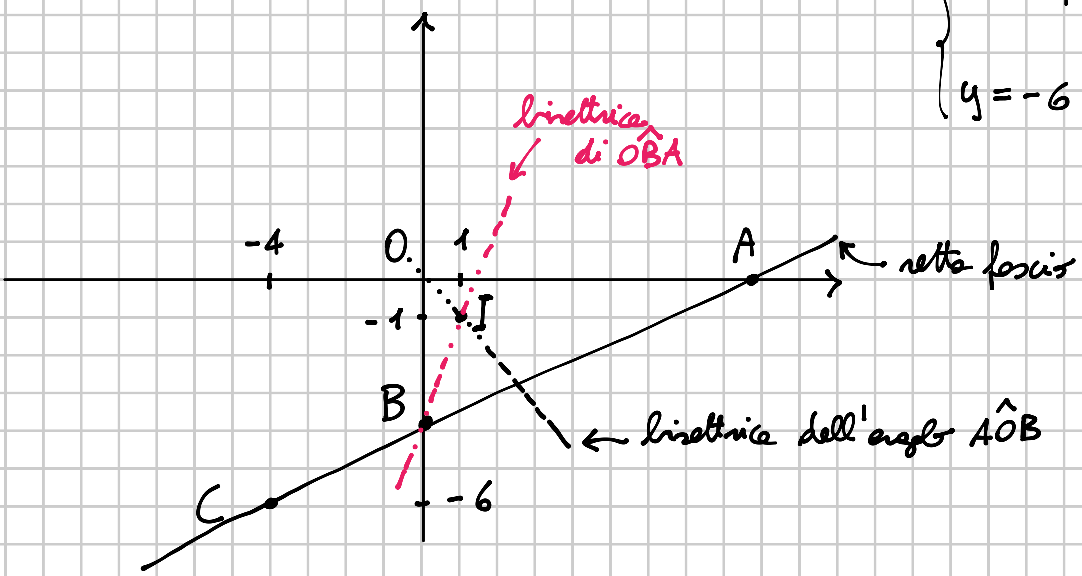
$$3kx - y - 2ky - 6 = 0 \qquad -y - 6 + k(3x - 2y) = 0$$

1ª generatrice $-y - 6 = 0 \Rightarrow y + 6 = 0$

2ª generatrice $3x - 2y = 0$ (esclusa)

$$C \begin{cases} y + 6 = 0 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = -6 \\ 3x + 12 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -4 \\ y = -6 \end{cases} \qquad C(-4, -6)$$



Determino la generica bisettrice tra la retta del fascio e l'asse y

$$\frac{|3kx - (1+2k)y - 6|}{\sqrt{9k^2 + (1+2k)^2}} = \frac{|x|}{\sqrt{1}}$$

$$\frac{3kx - (1+2k)y - 6}{\sqrt{9k^2 + 1 + 4k^2 + 4k}} = \pm x$$

$$3kx - (1+2k)y - 6 = \pm x\sqrt{13k^2 + 4k + 1}$$

$$3Kx-(1+2K)y-6=\pm x\sqrt{13K^2+4K+1}$$

$I(1,-1)$

$\boxed{+}$

$$3Kx-(1+2K)y-6=x\sqrt{13K^2+4K+1}$$

$$3K+1+2K-6=\sqrt{13K^2+4K+1}$$

$$\sqrt{13K^2+4K+1}=5K-5$$

$$\begin{cases}5K-5>0\\ 13K^2+4K+1=25K^2+25-50K\end{cases}\quad \begin{cases}K>1\\ 12K^2-54K+24=0\end{cases}\quad \begin{cases}K>1\\ 2K^2-9K+4=0\end{cases}$$

$$k=\frac{9\pm\sqrt{81-32}}{4}=\frac{9\pm7}{4}=\begin{cases}\frac{1}{2}\ \text{N.A.}\\ 4\end{cases}$$

$k=4 \Rightarrow$ retta $12x-9y-6=0$

$4x-3y-2=0$ NON ACC. perché $I(1,-1)$ è <u>ESTERNO</u> al triangolo

$\boxed{-}$

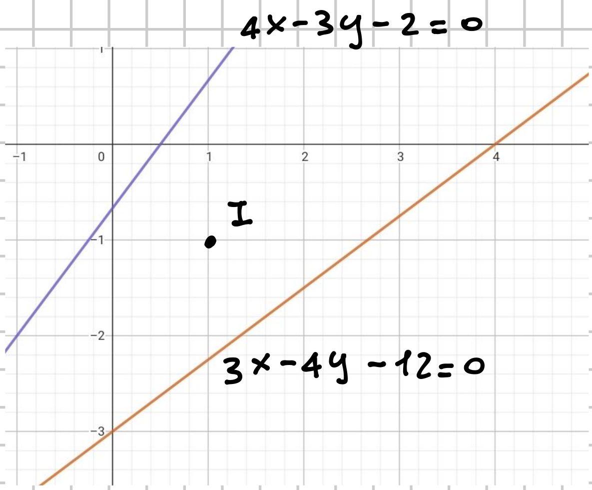
$$3Kx-(1+2K)y-6=-x\sqrt{13K^2+4K+1}$$

$$3K+1+2K-6=-\sqrt{13K^2+4K+1}$$

$$\sqrt{13K^2+4K+1}=-5K+5$$

$$\begin{cases}-5K+5>0 \Rightarrow K<1\\ 13K^2+4K+1=(5k-5)^2 \quad \dots\end{cases} \Rightarrow K=\frac{1}{2}$$

come prima



$$\frac{3}{2}x-2y-6=0$$

$$\boxed{3x-4y-12=0}$$

ACCETTABILE perché $I(1,-1)$ è <u>INTERNO</u> al triangolo