86 Determina per quali valori di k l'equazione $y = (1-k)x^2 + kx - 2$ rappresenta una parabola con:

a. il vertice nel terzo quadrante;

b. il fuoco di ascissa negativa. [a) $0 < k < 1$; b) $0 < k < 1$]

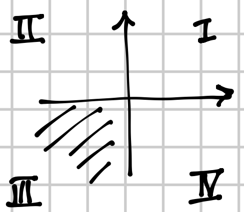
$1 - k \neq 0 \Rightarrow k \neq 1$ altrimenti ho una retta

a) $V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$

$$x_V = -\frac{b}{2a} = -\frac{k}{2(1-k)}$$

$$y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{k^2 - 4(1-k)(-2)}{4(1-k)}$$

$V \in$ III quadrante



$$\Rightarrow \begin{cases} -\frac{k}{2(1-k)} < 0 & (1) \\ -\frac{k^2 + 8(1-k)}{4(1-k)} < 0 & (2) \end{cases}$$

(1) $\frac{k}{\cancel{2}(k-1)} < 0$

$k > 0$

$k - 1 > 0 \Rightarrow k > 1$

	0		1	
$-$		$+$		$+$
$-$		$-$		$+$
$+$		$-$		$+$

$0 < k < 1$

(2) $\frac{k^2 + 8 - 8k}{\cancel{4}(k-1)} < 0$

N] $k^2 - 8k + 8 > 0$ $\qquad k < 4 - 2\sqrt{2} \vee k > 4 + 2\sqrt{2}$

$\frac{\Delta}{4} = 16 - 8 = 8 \qquad k = 4 \pm \sqrt{8} = 4 \pm 2\sqrt{2}$

D] $k - 1 > 0$ $\qquad k > 1$

		1		$4-2\sqrt{2}$		$4+2\sqrt{2}$	
N	$+$		$+$		$-$		$+$
D	$-$		$+$		$+$		$+$
	$-$		$+$		$-$		$+$

$k < 1 \vee 4 - 2\sqrt{2} < k < 4 + 2\sqrt{2}$

$$\begin{cases} 0 < k < 1 \\ \\ k < 1 \quad \vee \quad 4-2\sqrt{2} < k < 4+2\sqrt{2} \end{cases} \Longrightarrow \boxed{0 < k < 1}$$

b) $F\left(-\frac{b}{2a}, \frac{1-\Delta}{4a}\right)$ $\qquad y = (1-k)x^2 + kx - 2$

$$x_F = -\frac{b}{2a} < 0 \Longrightarrow -\frac{k}{2(1-k)} < 0$$

come prima

$$\frac{k}{\cancel{2}(k-1)} > 0 \quad \dots \Longrightarrow 0 < k < 1$$

Trovare la parabola con asse // asse y passante per i 3 punti:

345 $A(1;1)$, $B(2;3)$, $C(-1;-9)$. $[y=-x^2+5x-3]$

$$y=ax^2+bx+c$$

$A(1,1) \rightarrow$ $B(2,3) \rightarrow$ $C(-1,-9) \rightarrow$

$$\begin{cases} 1=a+b+c \\ 3=4a+2b+c \\ -9=a-b+c \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b+c=1 \\ 4a+2b+c=3 \\ -a+b\cancel{-c}=+9 \end{cases}$$

$$2b=10$$

$$\begin{cases} b=5 \\ a+b+c=1 \\ 4a+2b+c=3 \end{cases} \qquad \begin{cases} b=5 \\ a+c=-4 \\ 4a+10+c=3 \end{cases} \qquad \begin{cases} b=5 \\ a+c=-4 \\ -4a\cancel{-c}=+7 \end{cases}$$

$$-3a=3$$

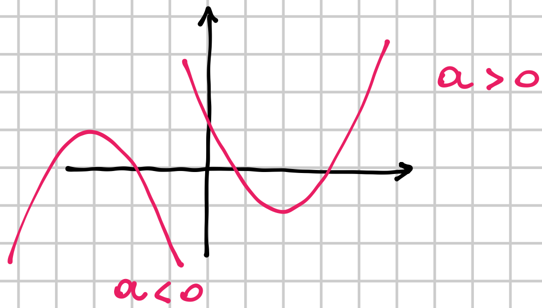
$$\begin{cases} a=-1 \\ b=5 \\ c=-3 \end{cases}$$

$$\boxed{y=-x^2+5x-3}$$

RIEPILOGO

PARABOLA CON ASSE DI SIMMETRIA // ASSE y

$$\boxed{y = ax^2 + bx + c}$$



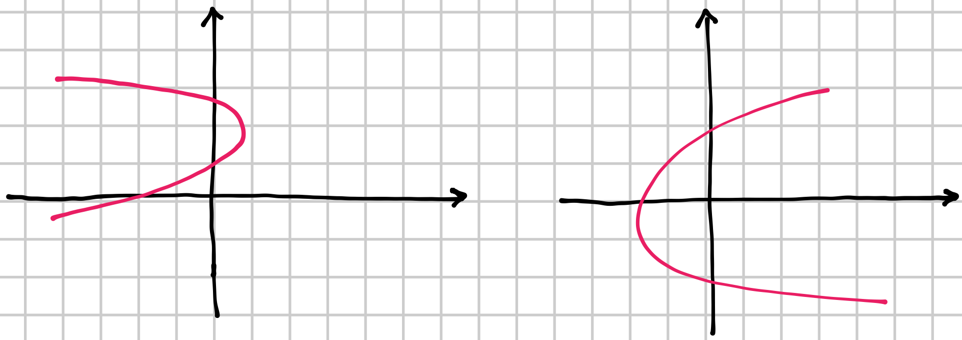
VERTICE $V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$

ASSE DI SIMM. $x = -\frac{b}{2a}$

FUOCO $F\left(-\frac{b}{2a}, \frac{1-\Delta}{4a}\right)$

DIRETTRICE $y = -\frac{1+\Delta}{4a}$

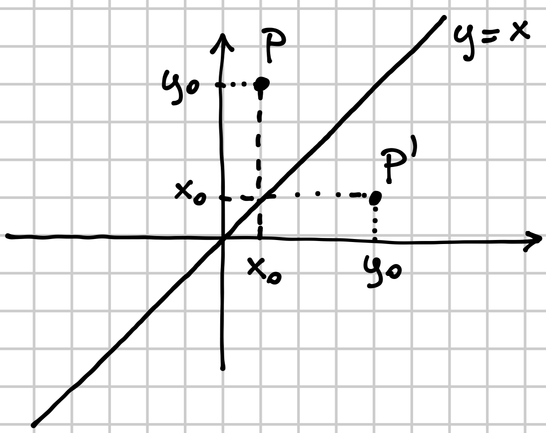
PARABOLA CON ASSE // ASSE X



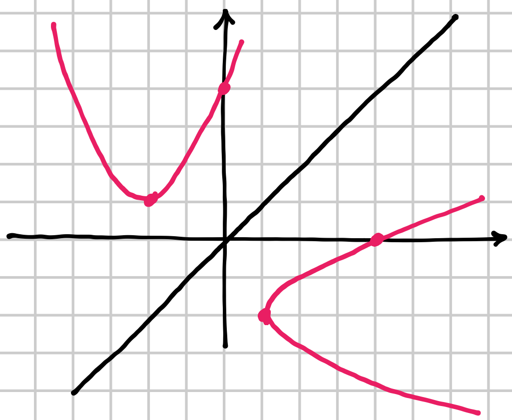
PREMESSA

Dato un punto del piano $P(x_0, y_0)$, qual è il suo simmetrico rispetto alla retta $y = x$?

RISPOSTA il punto $P'(y_0, x_0)$



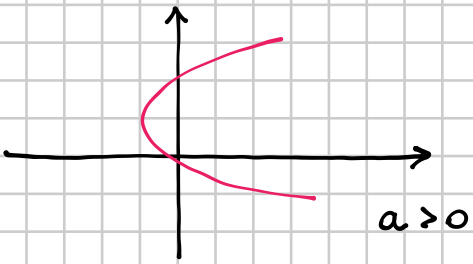
In generale, per trovare il simmetrico di un punto P rispetto alla retta $y = x$ basta scambiare tra loro le sue coordinate

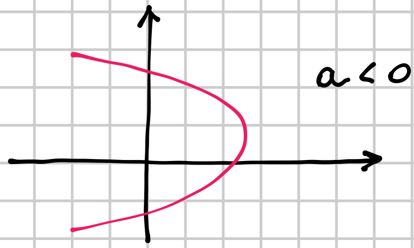


Osservo che ogni parabola con asse // asse y è la simmetrica di una parabola con asse // asse x rispetto a $y=x$ (e viceversa)

L'equazione di una parabola con asse // asse x è

$$\boxed{x = ay^2 + by + c}$$





VERTICE $V\left(-\frac{\Delta}{4a}, -\frac{b}{2a}\right)$

ASSE DI SIMM. $y = -\frac{b}{2a}$

FUOCO $F\left(\frac{1-\Delta}{4a}, -\frac{b}{2a}\right)$

DIRETTRICE $x = -\frac{1+\Delta}{4a}$