

Determina l'equazione della parabola, con asse parallelo all'asse x , avente vertice in $V(4; 2)$ e passante per $A(-1; 3)$.

$$[x = -5y^2 + 20y - 16]$$

$$x = ay^2 + by + c$$

$$V\left(-\frac{\Delta}{4a}, -\frac{b}{2a}\right)$$

$$\begin{cases} -\frac{\Delta}{4a} = 4 & (\text{oppure } 4 = 4a + 2b + c) \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ -1 = 9a + 3b + c \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta = -16a \Rightarrow b^2 - 4ac = -16a \\ b = -4a \\ c = -9a - 3b - 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 16a^2 - 4a(3a - 1) + 16a = 0 \\ b = -4a \\ c = -9a + 12a - 1 = 3a - 1 \end{cases}$$

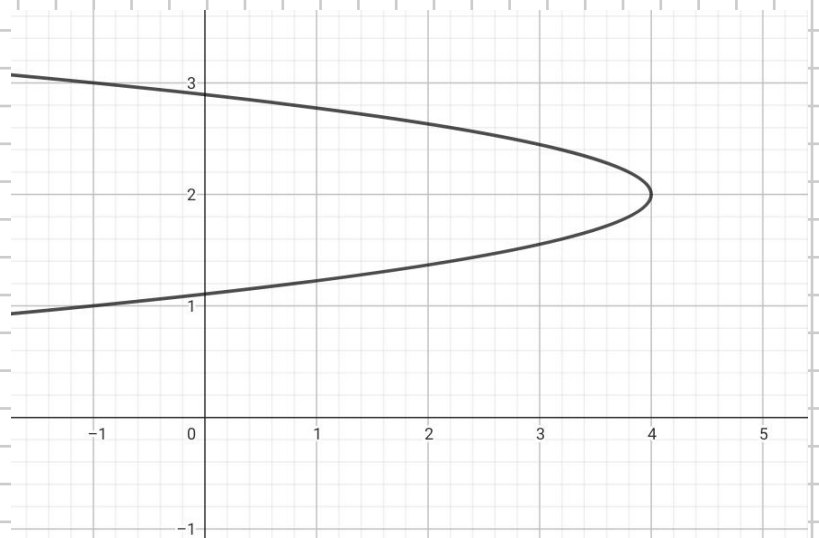
$$16a^2 - 12a^2 + 4a + 16a = 0$$

$$4a^2 - 3a^2 + a + 4a = 0$$

$$a^2 + 5a = 0 \quad a(a+5) = 0 \quad \begin{matrix} \nearrow a = 0 \text{ Non Acc.} \\ \searrow a = -5 \end{matrix}$$

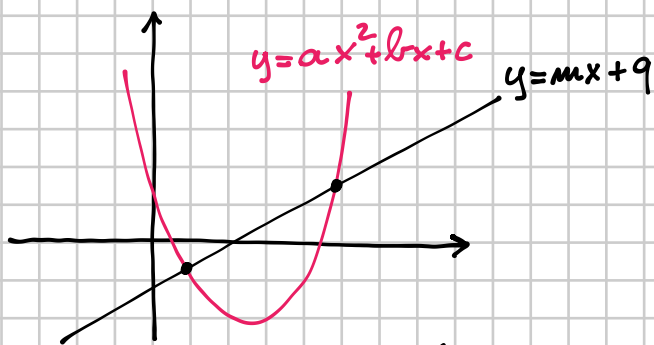
$$\begin{cases} a = -5 \\ b = 20 \\ c = 45 - 60 - 1 = -16 \end{cases}$$

$$x = -5y^2 + 20y - 16$$



INTERSEZIONI PARABOLA-RETTA

RETTA NON PARALLELA ALL'ASSE DI SIMMETRIA



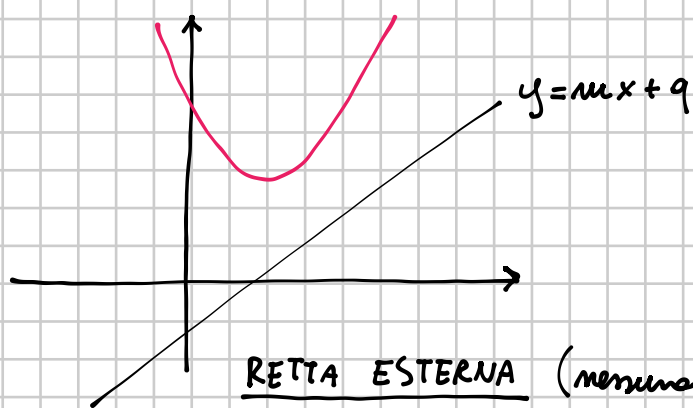
RETTA SECANTE (2 intersezioni)

$\Delta > 0$ (dell'eq. risolvente)

$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = mx + q \end{cases}$$

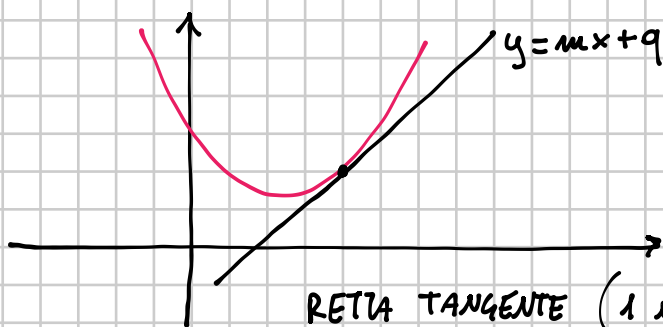
$$ax^2 + bx + c = mx + q$$

EQUAZIONE RISOLVENTE



RETTA ESTERNA (nessuna intersezione)

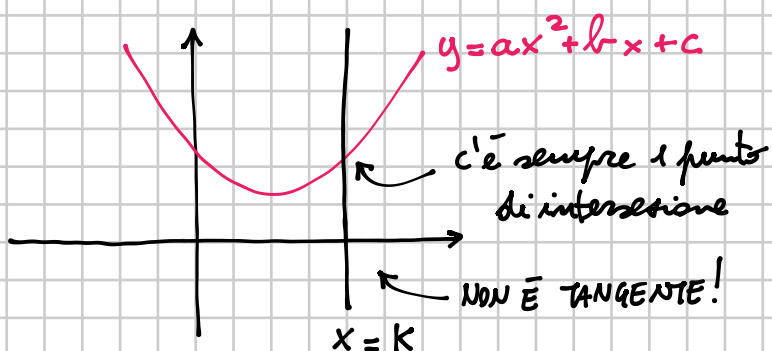
$\Delta < 0$ (dell'eq. risolvente)



RETTA TANGENTE (1 intersezione, o 2 intersezioni coincidenti)

$\Delta = 0$ (dell'eq. risolvente)

RETTA PARALLELA ALL'ASSE DI SIMMETRIA



$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ x = k \end{cases}$$

\Downarrow

$$y = ak^2 + bk + c$$

Trovare le intersezioni (eventuali) tra questa retta e questa parabola

218 $y = 5x + 2,$

$$y = 3x^2 - 4x + 2.$$

$$\begin{cases} y = 5x + 2 \\ y = 3x^2 - 4x + 2 \end{cases}$$

$$3x^2 - 4x + 2 = 5x + 2 \quad \text{eq. risolvente}$$

$$3x^2 - 9x = 0 \quad \Delta > 0 \quad (2 \text{ soluzioni retta secante})$$

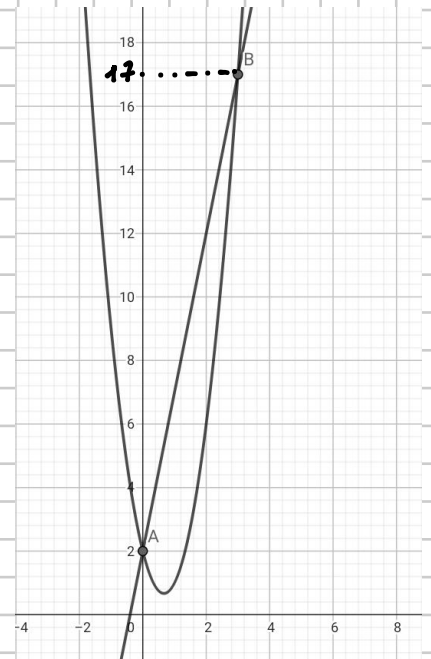
$$x(3x - 9) = 0$$

$x = 0 \vee x = 3$ *sostituisco nella retta o nella parabola*

\downarrow
 $y = 2$

\downarrow
 $y = 5 \cdot 3 + 2 = 17$

| | |
|-----------|------------|
| $A(0, 2)$ | $B(3, 17)$ |
|-----------|------------|



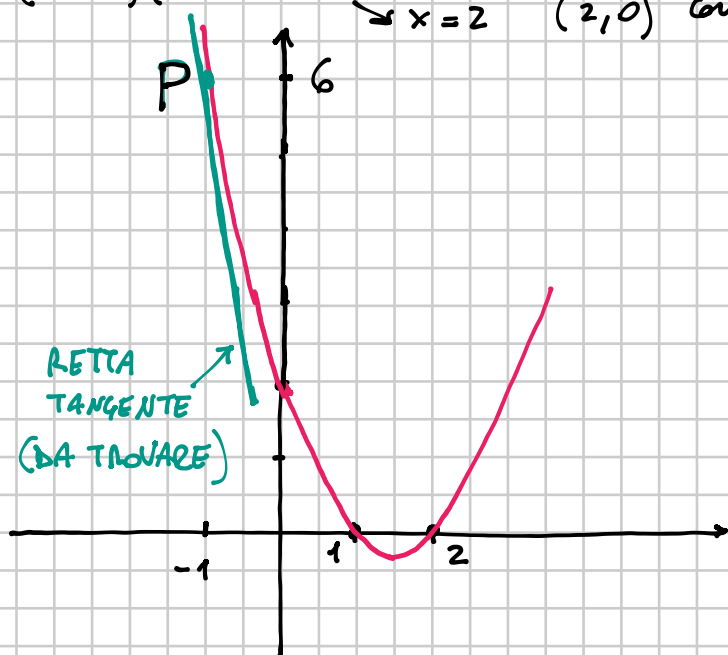
Data la parabola di equazione $y = x^2 - 3x + 2$,
determina l'equazione della retta tangente nel
suo punto di ascissa -1 . [$y = -5x + 1$]

$$y = x^2 - 3x + 2$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x-2)(x-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=1 & (1,0) \text{ intersezione} \\ x=2 & (2,0) \text{ con l'asse } x \end{cases}$$

$$(0,2) \text{ intersezione con l'asse } y$$



$$y = x^2 - 3x + 2 \quad P(-1, ?)$$

$$y = (-1)^2 - 3(-1) + 2 = 6$$

$$P(-1, 6)$$

Scrivo il fascio di rette per $P(-1, 6)$

$$y - y_P = m(x - x_P)$$

$$y - 6 = m(x + 1)$$

$$\begin{cases} y = x^2 - 3x + 2 \\ y = m(x + 1) + 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 2 = m(x + 1) + 6 \quad \text{eq. risolvente}$$

$$x^2 - 3x + 2 = mx + m + 6$$

$$x^2 - 3x - mx + 2 - m - 6 = 0$$

$$x^2 - \underbrace{(m+3)}_b x - \underbrace{(m+4)}_c = 0 \quad \begin{array}{l} \text{eq. risolvente} \\ \text{riordinata} \\ \text{secondo } x \end{array}$$

CONDIZIONE DI TANGENZA

$$\boxed{\Delta = 0} \Rightarrow (m+3)^2 - 4(-m-4) = 0 \quad \leftarrow \text{lo risolvo e trovo } m$$

$$(m+3)^2 - 4(-m-4) = 0$$

$$m^2 + 6m + 9 + 4m + 16 = 0$$

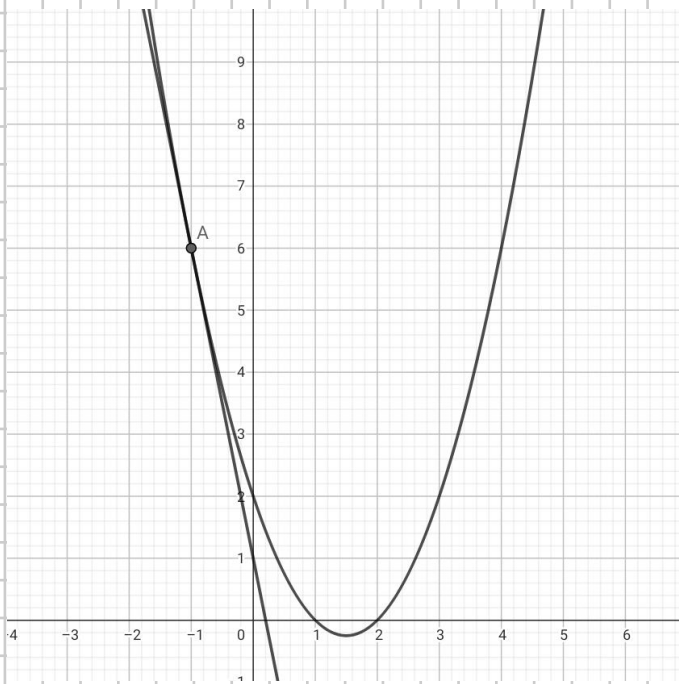
$$m^2 + 10m + 25 = 0$$

$$(m+5)^2 = 0 \Rightarrow m = -5$$

$$y = m(x+1) + 6 \Rightarrow y = -5(x+1) + 6$$

$$y = -5x - 5 + 6$$

$$y = -5x + 1$$



Determina l'equazione della retta tangente alla parabola di equazione

$$y = -\frac{1}{2}x^2 - 4x - 6$$

nel suo punto di intersezione con l'asse y .

$$[y = -4x - 6]$$

$$P \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x^2 - 4x - 6 \\ x = 0 \end{cases} \begin{cases} y = -6 \\ x = 0 \end{cases} \quad P(0, -6)$$

$$y + 6 = m(x - 0) \rightarrow y = mx - 6$$

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x^2 - 4x - 6 \\ y = mx - 6 \end{cases} \quad \begin{matrix} mx - 6 \\ -6 \end{matrix} = -\frac{1}{2}x^2 - 4x - 6$$

$$\frac{1}{2}x^2 + 4x + mx = 0$$

$$\underbrace{\frac{1}{2}}_a x^2 + \underbrace{(m+4)}_b x = 0 \quad \uparrow c=0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow (m+4)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0 = 0$$

$$(m+4)^2 = 0 \Rightarrow m = -4$$

$$y = \overset{\downarrow}{m}x - 6 \Rightarrow \boxed{y = -4x - 6}$$

Data la parabola di equazione $y = x^2 + 4x + 6$,
determina le equazioni delle rette passanti per
 $P(-4; 5)$ e tangenti alla parabola.

$$[y = -2x - 3; y = -6x - 19]$$

Ascia per P $y - 5 = m(x + 4)$

$$y = mx + 4m + 5$$

$$\begin{cases} y = x^2 + 4x + 6 \\ y = mx + 4m + 5 \end{cases}$$

$$x^2 + 4x + 6 = mx + 4m + 5$$

$$x^2 + 4x - mx + 6 - 4m - 5 = 0$$

$$x^2 + \underbrace{(4-m)}_b x + \underbrace{1-4m}_c = 0$$

\uparrow
 $a=1$

$$\Delta = 0 \quad (4-m)^2 - 4(1-4m) = 0$$

$$16 + m^2 - 8m - 4 + 16m = 0$$

$$m^2 + 8m + 12 = 0$$

$$(m+2)(m+6) = 0 \quad \begin{matrix} \nearrow m = -2 \\ \searrow m = -6 \end{matrix}$$

$$y = mx + 4m + 5$$

$$m = -2 \rightarrow y = -2x - 8 + 5$$

$$\boxed{y = -2x - 3} \quad 1^{\text{a}} \text{ tang.}$$

$$m = -6 \rightarrow y = -6x - 24 + 5$$

$$\boxed{y = -6x - 19} \quad 2^{\text{a}} \text{ tang.}$$