**372** Determina l'equazione della parabola

$$y = ax^2 + bx + c$$

passante per il punto $A(0; 1)$ e tangente a entrambe le rette di equazioni $y = -4x$ e $4x + 4y - 3 = 0$.

$[y = x^2 - 2x + 1; y = 9x^2 + 2x + 1]$

$A(0,1) \qquad 1 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \implies c = 1$

$$y = ax^2 + bx + 1$$

$\begin{cases} y = ax^2 + bx + 1 \\ y = -4x \end{cases}$

$ax^2 + bx + 1 = -4x$

$ax^2 + bx + 4x + 1 = 0$

$ax^2 + (b+4)x + 1 = 0$

$\Delta = 0 \implies (b+4)^2 - 4a = 0$

$\begin{cases} y = ax^2 + bx + 1 \\ 4x + 4y - 3 = 0 \end{cases}$

$4x + 4(ax^2 + bx + 1) - 3 = 0$

$4ax^2 + 4bx + 4 + 4x - 3 = 0$

$4ax^2 + 2\underbrace{(2b+2)}_{\beta}x + 1 = 0$

$\frac{\Delta}{4} = 0 \quad \beta^2 - ac = 0 \implies (2b+2)^2 - 4a = 0$

$\begin{cases} (b+4)^2 - 4a = 0 \\ (2b+2)^2 - 4a = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} (b+4)^2 = 4a \\ (2b+2)^2 = 4a \end{cases} \implies (b+4)^2 = (2b+2)^2$

$\Downarrow$

$b + 4 = \pm(2b+2)$

$b + 4 = -2b - 2 \quad 3b = -6 \quad b = -2 \quad \Big\| \quad b + 4 = 2b + 2 \quad b = 2$

$$\begin{cases} b = -2 \\ a = \dfrac{(b+4)^2}{4} = 1 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow \boxed{y = x^2 - 2x + 1}$$

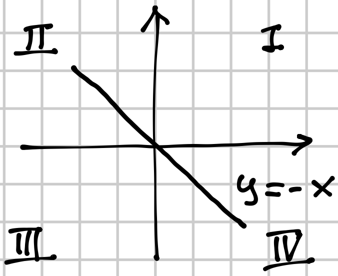
$$\begin{cases} b = 2 \\ a = \dfrac{(b+4)^2}{4} = 9 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow \boxed{y = 9x^2 + 2x + 1}$$

**366** Determina l'equazione della parabola

$$y = ax^2 + bx + c$$

passante per i punti $A(1; 2)$, $B(3; 0)$ e tangente alla bisettrice del secondo e quarto quadrante.

$[y = 3x^2 - 13x + 12]$




$A(1,2)$ $\quad B(3,0)$

$$\begin{cases} 2 = a + b + c \\ 0 = 9a + 3b + c \end{cases} \qquad \begin{cases} b = 2 - a - c \\ 9a + 3(2 - a - c) + c = 0 \end{cases}$$

$$9a + 6 - 3a - 3c + c = 0$$

$$6a - 2c + 6 = 0$$

$$c = 3a + 3$$

$$\begin{cases} b = 2 - a - 3a - 3 = -4a - 1 \\ c = 3a + 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} b = -4a - 1 \\ c = 3a + 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = ax^2 + (-4a - 1)x + 3a + 3 \\ y = -x \end{cases}$$

$$-x = ax^2 + (-4a - 1)x + 3a + 3$$

$$ax^2 - 4ax - \cancel{x} + \cancel{x} + 3a + 3 = 0 \qquad ax^2 - 4ax + 3a + 3 = 0$$

$$\Delta = 0$$

$$ax^2 - 4ax + 3a + 3 = 0$$

$$\frac{\Delta}{4} = 0$$

$$\Delta = 16a^2 - 4a(3a+3)$$

$$\frac{\Delta}{4} = 4a^2 - a(3a+3)$$

$$4a^2 - 3a^2 - 3a = 0$$

$$a^2 - 3a = 0$$

$$a(a-3) = 0 \quad \begin{cases} a = 0 \text{ NON ACC.} \\ a = 3 \end{cases}$$

$$y = ax^2 + (-4a-1)x + 3a + 3$$

$$\boxed{y = 3x^2 - 13x + 12}$$

**365** Determina l'equazione della parabola, con asse parallelo all'asse $y$, passante per i punti $A(1; 2)$ e $B(0; 6)$, tangente alla retta di equazione $y = -x + 2$ e con vertice di ascissa maggiore di 1.

$[y = x^2 - 5x + 6]$

$y = ax^2 + bx + c$

$A(1,2)$ $B(0,6)$

$$\begin{cases} 2 = a + b + c \\ 6 = c \end{cases} \qquad \begin{cases} b = 2 - a - c = -4 - a \\ c = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = ax^2 + (-4-a)x + 6 \\ y = -x + 2 \end{cases}$$

$$ax^2 - 4x - ax + 6 = -x + 2$$

$$ax^2 - 3x - ax + 4 = 0$$

$$ax^2 - (a+3)x + 4 = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow (a+3)^2 - 16a = 0$$

$$a^2 + 9 + 6a - 16a = 0$$

$$a^2 - 10a + 9 = 0$$

$$(a-9)(a-1) = 0 \quad a = 9 \quad a = 1$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -4 - a = -5 \\ c = 6 \end{cases} \qquad \begin{cases} a = 9 \\ b = -4 - a = -13 \\ c = 6 \end{cases}$$

NON ACC. perché il vertice ha ascisse < 1

$x_V = -\frac{b}{2a} = -\frac{-5}{2} = \frac{5}{2} > 1$ ok

$x_V = -\frac{b}{2a} = -\frac{-13}{18} = \frac{13}{18} < 1$

$$\boxed{y = x^2 - 5x + 6}$$