391 Considera i punti $V(2; -1)$ e $A(0; 3)$ e la retta r di equazione $y = x + 9$.

a. Determina l'equazione della parabola, con asse parallelo all'asse y, avente come vertice il punto V e passante per il punto A.

b. Trova i punti di intersezione B e C tra la parabola e la retta r.

$[\text{a) } y = x^2 - 4x + 3; \text{ b) } B(-1; 8), C(6; 15)]$

$$y = ax^2 + bx + c$$

$V(2,-1) \rightarrow$, $A(0,3) \rightarrow$

$$\begin{cases} -\dfrac{b}{2a} = 2 \\ -1 = 4a + 2b + c \\ 3 = c \end{cases} \quad \begin{cases} b = -4a \\ 4a - 8a + 3 = -1 \\ c = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} b = -4a \\ -4a = -4 \\ c = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \\ c = 3 \end{cases} \qquad \boxed{y = x^2 - 4x + 3}$$

$$\begin{cases} y = x^2 - 4x + 3 \\ y = x + 9 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = x + 9$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$(x-6)(x+1) = 0 \quad x = 6 \quad x = -1$$

$$\begin{cases} x = 6 \\ y = 15 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -1 \\ y = 8 \end{cases} \qquad B(-1, 8) \quad C(6, 15)$$

388 Scrivi l'equazione della parabola avente fuoco $F\left(1;-\frac{3}{2}\right)$ e vertice $V(1;-2)$. Dette A e B le sue intersezioni con la retta $y=x+1$, determina le tangenti in A e in B alla parabola.

$\left[y=\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2};\ y=-2x-2,\ y=4x-14\right]$

$$y=ax^2+bx+c$$

$$\begin{cases}-\frac{b}{2a}=1\\ -\frac{\Delta}{4a}=-2\\ \frac{1-\Delta}{4a}=-\frac{3}{2}\end{cases}\qquad \begin{cases}b=-2a\\ \Delta=8a\\ 1-\Delta=-6a\end{cases}\qquad \begin{cases}b=-2a\\ \Delta=8a\\ 1-8a=-6a\end{cases}\qquad \begin{cases}b=-1\\ \Delta=4\\ a=\frac{1}{2}\end{cases}$$

$$\Delta=b^2-4ac \qquad 4=(-1)^2-4\cdot\frac{1}{2}c \qquad 4=1-2c$$

$$2c=-3 \Rightarrow c=-\frac{3}{2}$$

$$\boxed{y=\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2}}$$

$$\begin{cases}y=\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2}\\ y=x+1\end{cases}$$

$$\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2}=x+1$$

$$\frac{1}{2}x^2-2x-\frac{5}{2}=0$$

$$x^2-4x-5=0 \qquad \frac{\Delta}{4}=4+5=9$$

$$x=2\pm3=\begin{cases}-1\\5\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=-1\\ y=0\end{cases}\quad A(-1,0)$$

$$\begin{cases}x=5\\ y=6\end{cases}\quad B(5,6)$$

$y = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$ $\qquad$ $A(-1,0)$

$$\begin{cases} y = m(x+1) \\ y = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2} = mx + m$$

$$\frac{1}{2}x^2 - x - mx - \frac{3}{2} - m = 0$$

$$\frac{1}{2}x^2 - (1+m)x - \frac{3}{2} - m = 0$$

$\Delta = 0$ $\qquad$ $(1+m)^2 - \cancel{4}^{2} \cdot \frac{1}{\cancel{2}}\left(-\frac{3}{2} - m\right) = 0$

$m^2 + 1 + 2m + 3 + 2m = 0$ $\qquad$ $m^2 + 4m + 4 = 0$

$(m+2)^2 = 0$ $\qquad$ $m = -2$

$\boxed{y = -2x - 2}$ 1ª TANGENTE

$y = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$ $\qquad$ $B(5,6)$

$$\begin{cases} y - 6 = m(x-5) \\ y = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2} \end{cases}$$

$\frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2} = mx - 5m + 6$ $\qquad$ $\frac{1}{2}x^2 - (1+m)x - \frac{15}{2} + 5m = 0$

$\Delta = 0$ $\qquad$ $(1+m)^2 - \cancel{4}^{2} \cdot \frac{1}{\cancel{2}}\left(-\frac{15}{2} + 5m\right) = 0$

$1 + m^2 + 2m + 15 - 10m = 0$ $\qquad$ $m^2 - 8m + 16 = 0$

$(m-4)^2 = 0$ $\qquad$ $m = 4$

$y - 6 = 4(x-5)$ $\qquad$ $y = 4x - 20 + 6$ $\qquad$ $\boxed{y = 4x - 14}$

Se devo trovare la tangente alla parabola $y = ax^2 + bx + c$ nel suo punto $\underbrace{P(x_0, y_0)}_{\text{P APPARTIENE ALLA PARABOLA!}}$, il coeff. angolare della tangente è $\boxed{m = 2ax_0 + b}$

ES.

$y = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$ $\qquad$ $A(-1, 0)$ appartiene alla parabola

$m = 2ax_0 + b = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (-1) - 1 = -2$

↓

coeff. angolare della tangente

TANGENTE $y - 0 = -2(x + 1)$

$\boxed{y = -2x - 2}$