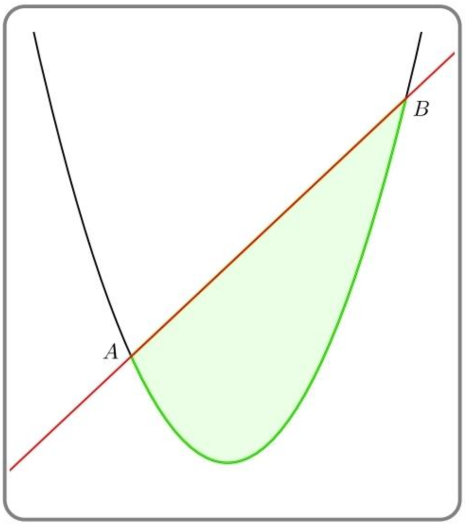
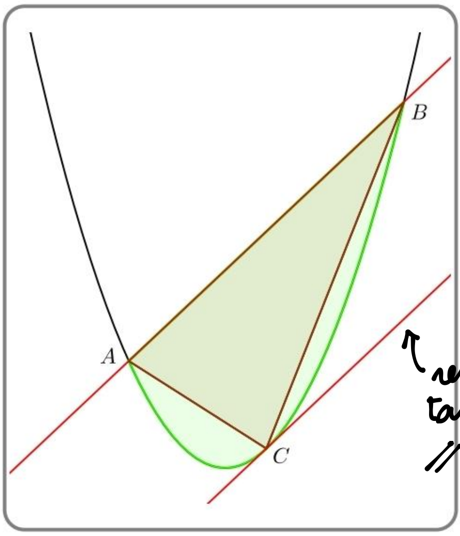
AREA DEL SEGMENTO PARABOLICO

SEGMENTO PARABOLICO
Si dice *segmento parabolico* la regione di piano delimitata da una parabola e da una retta ad essa secante in due punti.



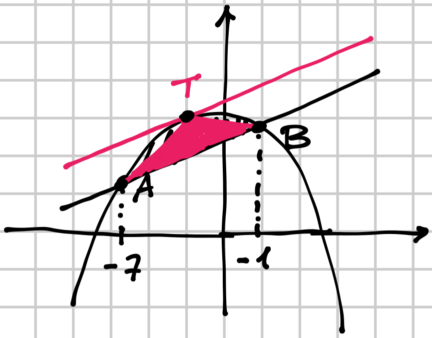


retta tangente // retta AB

TEOREMA 1.9.1 — DI ARCHIMEDE. L'area del segmento parabolico è uguale a 4/3 dell'area del triangolo di vertici gli estremi della corda e il punto di tangenza della parabola con la retta parallela alla corda.

Area del segmento parabolico $= \frac{4}{3} \mathcal{A}_{ABC}$

273 Trova l'area del segmento parabolico definito dalla parabola di equazione $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 3$ e dalla retta che congiunge i due punti della parabola di ascissa -7 e -1. [18]



$x_A = -7 \Rightarrow y_A = -\frac{1}{2}(-7)^2 - 2(-7) - 3 =$

$= -\frac{49}{2} + 14 - 3 = -\frac{49}{2} + 11 = -\frac{27}{2}$ $\quad A\left(-7, -\frac{27}{2}\right)$

$x_B = -1 \Rightarrow y_B = -\frac{1}{2} + 2 - 3 = -\frac{1}{2} - 1 = -\frac{3}{2}$ $\quad B\left(-1, -\frac{3}{2}\right)$

$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-\frac{3}{2} + \frac{27}{2}}{-1 + 7} = \frac{12}{6} = 2 \Rightarrow$ generica retta parallela

$y = 2x + K$

$$\begin{cases} y = 2x + K \\ y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 3 \end{cases}$$

$2x + K = -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 3$

$\frac{1}{2}x^2 + 4x + K + 3 = 0$

$\frac{\Delta}{4} = 0 \Rightarrow 4 - \frac{1}{2}(K+3) = 0$

$-\frac{1}{2}(K+3) = -4$

$K + 3 = 8 \Rightarrow K = 5$

$$\begin{cases} y = 2x + 5 \\ y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 3 \end{cases}$$

$\frac{1}{2}x^2 + 4x + 8 = 0$

$x^2 + 8x + 16 = 0$

$(x+4)^2 = 0 \Rightarrow x = -4 \rightarrow y = -8 + 5 = -3$

$T(-4, -3)$

$A\left(-7, -\frac{27}{2}\right) \quad B\left(-1, -\frac{3}{2}\right) \quad T(-4, -3)$

$$\det = \begin{vmatrix} -7 & -\frac{27}{2} & 1 \\ -1 & -\frac{3}{2} & 1 \\ -4 & -3 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} -7 & -\frac{27}{2} \\ -1 & -\frac{3}{2} \\ -4 & -3 \end{matrix}$$

$$= (-7)\left(-\frac{3}{2}\right) + \left(-\frac{27}{2}\right)\cdot(-4) + (-1)(-3) - \left[\left(-\frac{3}{2}\right)(-4) + (-7)(-3) + \left(-\frac{27}{2}\right)(-1)\right] =$$

$$= \frac{21}{2} + 54 + 3 - \left(6 + 21 + \frac{27}{2}\right) =$$

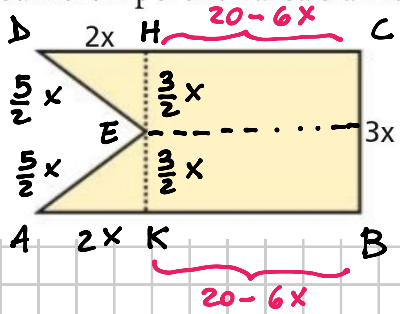
$$= \frac{21}{2} + 57 - 27 - \frac{27}{2} = 30 - 3 = 27$$

AREA TRIANGOLO

$$\mathcal{A}_{ABT} = \frac{1}{2}|\det| = \frac{27}{2}$$

AREA DEL SEGMENTO PARABOLICO $\overset{\frown}{ABT}$ $= \frac{\cancel{4}^{\,2}}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{27}^{\,9}}{\cancel{2}} = \boxed{18}$

541 La figura colorata ha perimetro di 40 cm. Che valore deve assumere x perché l'area sia massima?



[$x = 2$]

C.E. per dare senso al problema

$x > 0$

$$\overline{DE}^2 = \overline{DH}^2 + \overline{EH}^2 = 4x^2 + \frac{9}{4}x^2 = \frac{25}{4}x^2 \Rightarrow \overline{DE} = \frac{5}{2}x$$

$$2p = 40 \Rightarrow \left(\frac{5}{2}x\right)\cdot 2 + 2x\cdot 2 + 3x + 2\overline{HC} = 40$$

$$5x + 4x + 3x + 2\overline{HC} = 40$$

$$12x + 2\overline{HC} = 40$$

$$\overline{HC} = 20 - 6x$$

↳ per completare la C.E.

$20 - 6x \geq 0$

$-6x \geq -20 \qquad x \leq \frac{10}{3}$

C.E. $0 < x \leq \frac{10}{3}$

FUNZIONE D'AREA

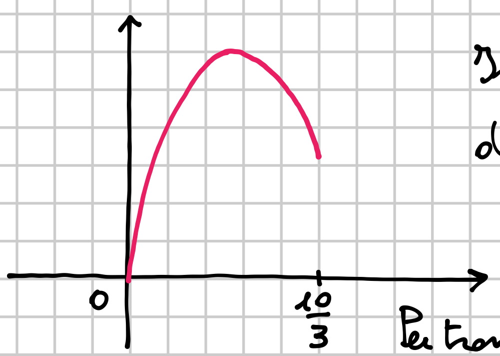
$$A(x) = \cancel{2}\cdot\frac{(\overbrace{2x + 20 - 6x}^{\text{BASE MAGGIORE}} + \overbrace{20 - 6x}^{\text{BASE MINORE}})\cdot \overbrace{\frac{3}{2}x}^{\text{ALTEZZA}}}{\cancel{2}} =$$

2 · AREA TRAPEZIO RETTANGOLO

$$= (-10x + 40)\cdot\frac{3}{2}x = -15x^2 + 60x$$

$0 < x \leq \frac{10}{3}$

$A(x) = -15x^2 + 60x \qquad 0 < x \leq \frac{10}{3}$



Il max è in corrispondenza del vertice della parabola

$$x_{MAX} = -\frac{b}{2a} = -\frac{60}{-30} = 2$$

Per trovare il VALORE dell'area max $\Rightarrow A(2) = -15\cdot 2^2 + 60\cdot 2 = 60$

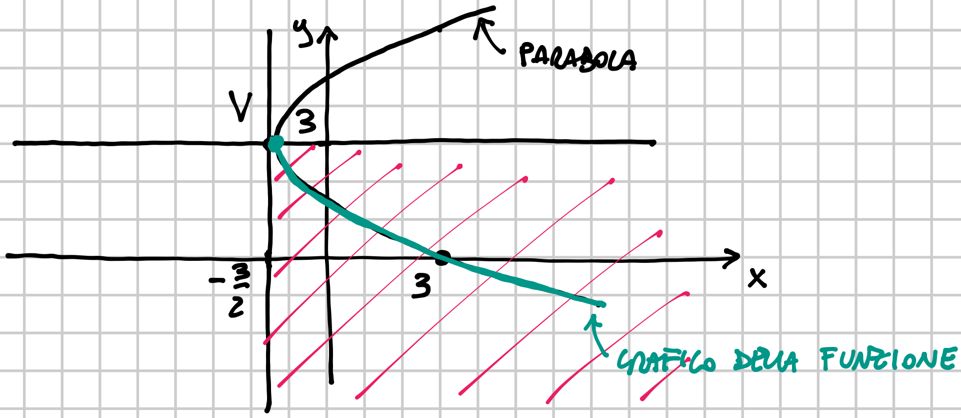
DISEGNARE IL GRAFICO DELLA SEGUENTE FUNZIONE

171 $y = 3 - \sqrt{2x+3}$

DOMINIO: $2x+3 \geq 0$

$x \geq -\frac{3}{2}$

$y - 3 = -\sqrt{2x+3} \Rightarrow y - 3 \leq 0 \qquad y \leq 3$



elevo al quadrato $(y-3)^2 = 2x+3$

$y^2 + 9 - 6y = 2x + 3$

$2x = y^2 - 6y + 6 \Rightarrow x = \frac{1}{2}y^2 - 3y + 3$

$V\left(-\frac{3}{2}, 3\right)$

$y_V = -\frac{b}{2a} = 3 \qquad x_V = \frac{1}{2}\cdot 9 - 9 + 3 = \frac{9}{2} - 6 = -\frac{3}{2}$

x	y
3	0