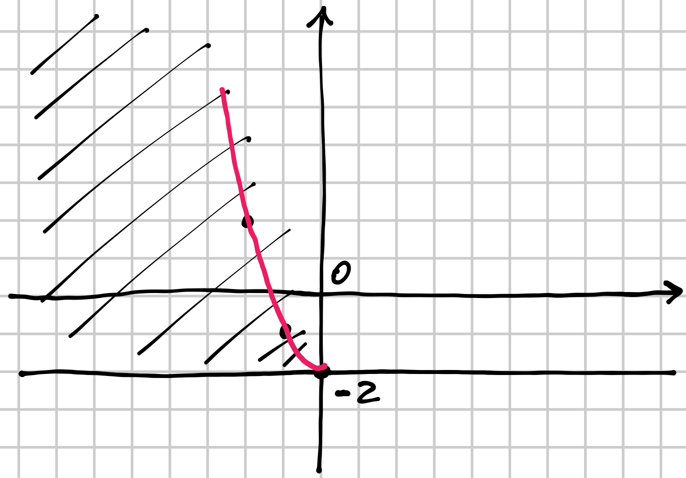
Disegnare

180 $\sqrt{y+2}=-x$

$$\begin{cases} -x \geq 0 \\ y+2 \geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq -2 \end{cases}$$

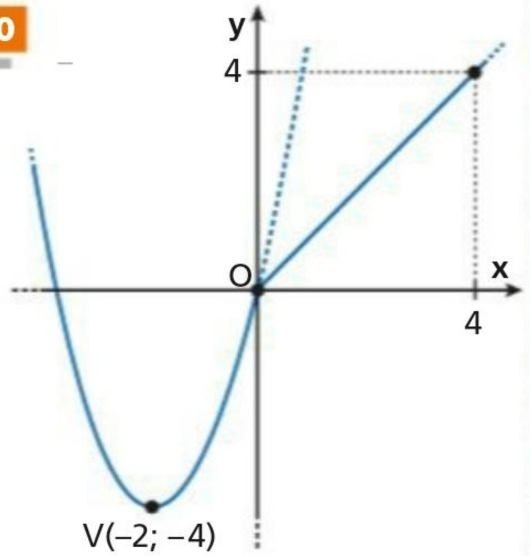


elevo al quadrato

$$y+2=x^2$$

$y=x^2-2$ $\quad V(0,-2)$ $\quad$ passa per $(-2,2)$ e per $(-1,-1)$

410



$$\left[y = \begin{cases} x^2+4x & \text{se } x<0 \\ x & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \right]$$

Per $x \leq 0 \Rightarrow$ parabola di vertice $V(-2,-4)$ passante per $O(0,0)$

$$\begin{cases} -\dfrac{b}{2a} = -2 \\ -4 = 4a - 2b + c \\ c = 0 \end{cases} \qquad y = ax^2 + bx + c$$

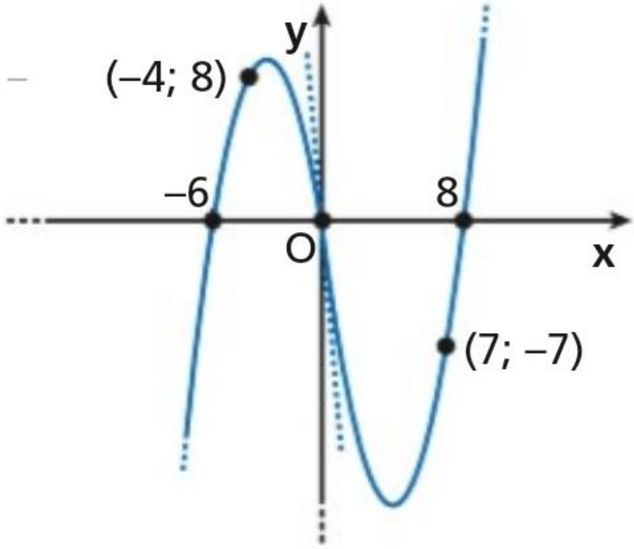
$$\begin{cases} b = 4a \\ -4 = 4a - 8a \\ c = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} b = 4 \\ a = 1 \\ c = 0 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} x^2+4x & \text{se } x \leq 0 \\ x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

$y = x^2+4x$ PARABOLA PER $x \leq 0$

$y = x$ RETTA PER $x \geq 0$

411



Per $x \le 0$

$A(-6,0)$ $O(0,0)$ $B(-4,8)$

$y = ax^2 + bx + c$

$$\begin{cases} A \rightarrow & 0 = 36a - 6b + c \\ B \rightarrow & 8 = 16a - 4b + c \\ O \rightarrow & c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 6a \\ 16a - 24a = 8 \\ c = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} b = -6 \\ a = -1 \\ c = 0 \end{cases} \qquad y = -x^2 - 6x \text{ se } x \le 0$$

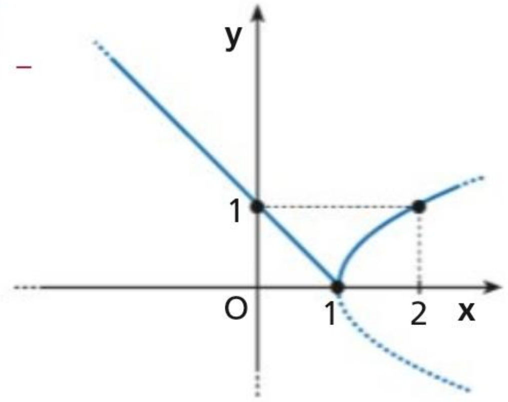
Per $x \ge 0$ $C(8,0)$ $D(7,-7)$ $O(0,0)$ $y = ax^2 + bx + c$

$$\begin{cases} C \rightarrow & 0 = 64a + 8b \\ D \rightarrow & -7 = 49a + 7b \\ O \rightarrow & c = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} b = -8a \\ 7a + b = -1 \\ c = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} b = -8a \\ 7a - 8a = -1 \\ c = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} b = -8 \\ a = 1 \\ c = 0 \end{cases}$$

$y = x^2 - 8x$ se $x \ge 0$

$$\boxed{y = \begin{cases} -x^2 - 6x & \text{se } x \le 0 \\ x^2 - 8x & \text{se } x \ge 0 \end{cases}}$$

414



$$\left[y = \begin{cases} -x+1 & \text{se } x \le 1 \\ \sqrt{x-1} & \text{se } x > 1 \end{cases} \right]$$

Per $x \le 1$

retta per 2 punti $A(0,1)$ $B(1,0)$

$$\frac{y-y_B}{y_A-y_B} = \frac{x-x_B}{x_A-x_B}$$

$y = mx + q$

$$\begin{matrix} A \rightarrow \\ B \rightarrow \end{matrix} \begin{cases} 1 = q \\ 0 = m + q \end{cases}$$

$$\begin{cases} q = 1 \\ m = -1 \end{cases}$$

$y = -x + 1$

Per $x \ge 1$ $\quad x = ay^2 + by + c$

$V(1,0)$ $P(2,1)$

$$\begin{matrix} V \\ \\ P \rightarrow \end{matrix} \begin{cases} -\frac{b}{2a} = 0 \\ 1 = c \\ 2 = a + b + c \end{cases} \qquad \begin{cases} b = 0 \\ c = 1 \\ 2 = a + 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} b = 0 \\ c = 1 \\ a = 1 \end{cases}$$

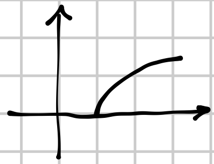
$x = y^2 + 1$ ← bisogna esplicitare y

$y^2 = x - 1$ $\qquad y = \pm\sqrt{x-1}$

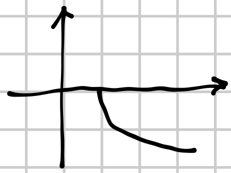
col $\pm$ è ancora tutta la parabola

$$y = \begin{cases} -x+1 & \text{se } x \le 1 \\ \sqrt{x-1} & \text{se } x \ge 1 \end{cases}$$

$y = \sqrt{x-1}$
parte "sopra"
POSITIVA



$y = -\sqrt{x-1}$
parte "sotto"
NEGATIVA



PARABOLA DATI FUOCO E DIRETTRICE

$F(2,-3) \qquad d:\ y=-5$

$$\begin{cases} -\dfrac{b}{2a}=2 \\ \dfrac{1-\Delta}{4a}=-3 \\ -\dfrac{1+\Delta}{4a}=-5 \end{cases} \qquad \begin{cases} b=-4a \\ 1-\Delta=-12a \\ 1+\Delta=20a \end{cases} \qquad \begin{cases} b=-1 \\ 1-\Delta=-3 \\ a=\dfrac{1}{4} \end{cases} \qquad \begin{cases} b=-1 \\ \Delta=4 \\ a=\dfrac{1}{4} \end{cases}$$

$$2 = 8a$$

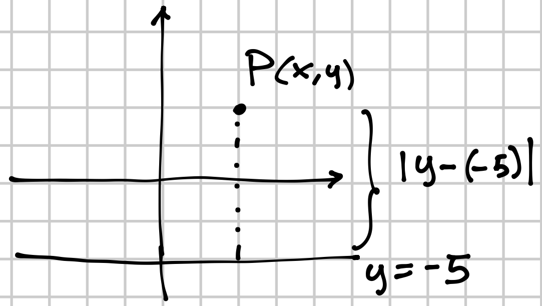
$\Delta=b^2-4ac \qquad 4=1-c \qquad c=-3 \qquad \boxed{y=\frac{1}{4}x^2-x-3}$

ALTERNATIVA

$P(x,y)$ punto generico della parabola

$$\overline{PF}=\overline{Pd}$$

distanza di P dalla direttrice d



$$\sqrt{(x-2)^2+(y+3)^2}=|y+5|$$

$$(x-2)^2+(y+3)^2=(y+5)^2$$

$$x^2+4-4x+\cancel{y^2}+9+6y=\cancel{y^2}+25+10y$$

$$x^2+13-4x+6y=25+10y$$

$$x^2-12-4x=4y$$

$$\boxed{y=\frac{1}{4}x^2-x-3}$$

504 Determina l'equazione della parabola, con asse parallelo all'asse y, passante per il punto $P(-8; 0)$, avente per fuoco il punto $F\left(-4; \frac{15}{2}\right)$ e con la concavità verso il basso. Quindi:

a. scrivi le equazioni delle rette tangenti alla parabola passanti per il punto $A(-3;12)$;

b. calcola l'area del triangolo avente per vertici P e i punti di tangenza delle due rette.

$\left[y = -\frac{1}{2}x^2 - 4x;\ \text{a)}\ y = 2x + 18,\ y = -4x;\ \text{b)}\ 24\right]$

$y = ax^2 + bx + c$

$P(-8,0)$

$F\left(-4, \frac{15}{2}\right)$

$$\begin{cases} 0 = 64a - 8b + c \\ -\frac{b}{2a} = -4 \\ \frac{1-\Delta}{4a} = \frac{15}{2} \end{cases} \qquad \begin{cases} 64a - 64a + c = 0 \\ b = 8a \\ 1 - \Delta = 30a \end{cases} \qquad \begin{cases} c = 0 \\ b = 8a \\ 1-\Delta = 30a \end{cases}$$

$1 - b^2 + 4a\cancel{c} = 30a$

$1 - 64a^2 = 30a$

$64a^2 + 30a - 1 = 0$

$\frac{\Delta}{4} = 225 + 64 = 289 = 17^2$

$a = \frac{-15 \pm 17}{64} = \begin{cases} \frac{2}{64} = \frac{1}{32} & \text{N. Acc. perché } a<0 \\ -\frac{32}{64} = -\frac{1}{2} \end{cases}$

$$\begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = -4 \\ c = 0 \end{cases} \qquad \boxed{y = -\frac{1}{2}x^2 - 4x}$$

$A(-3,12)$

$$\begin{cases} y - 12 = m(x+3) \\ y = -\frac{1}{2}x^2 - 4x \end{cases}$$

$m(x+3) + 12 = -\frac{1}{2}x^2 - 4x$

$\frac{1}{2}x^2 + mx + 4x + 3m + 12 = 0 \qquad \frac{1}{2}x^2 + (m+4)x + 3m + 12 = 0$

$\Delta = 0 \qquad (m+4)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2}(3m+12) = 0$

$m^2 + 16 + 8m - 6m - 24 = 0$

$m^2+16+8m-6m-24=0$ $\qquad$ $y-12=m(x+3)$

$m^2+2m-8=0$

$(m+4)(m-2)=0$ $\quad$ $m=-4 \Rightarrow$ $\quad$ $m=2 \Rightarrow$ $\quad$ $\boxed{\begin{array}{l} y=-4x \\ y=2x+18 \end{array}}$

$$\begin{cases} y=-4x \\ y=-\frac{1}{2}x^2-4x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=-4x \\ \cancel{-4x}=-\frac{1}{2}x^2\cancel{-4x} \end{cases} \quad \begin{cases} y=0 \\ x=0 \end{cases} \Rightarrow O(0,0)$$

$$\begin{cases} y=2x+18 \\ y=-\frac{1}{2}x^2-4x \end{cases} \qquad 2x+18=-\frac{1}{2}x^2-4x \qquad \frac{1}{2}x^2+6x+18=0$$

$$x^2+12x+36=0$$

$$(x+6)^2=0 \Rightarrow x=-6$$

$$\begin{cases} x=-6 \\ y=6 \end{cases} \qquad T(-6,6)$$

$T(-6,6)$ $\quad$ $O(0,0)$ $\quad$ $P(-8,0)$

Area del triangolo OTP

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} -6 & 6 & 1 & -6 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -8 & 0 & 1 & -8 & 0 \end{array}\right| = -48-(0) = -48$$

$$\mathcal{A}_{OTP}=\frac{1}{2}|-48|=24$$

505 Determina b e c in modo che le parabole di equazioni $y = x^2 + bx$ e $y = -x^2 - 2x + c$ intersechino la retta r di equazione $y = -5$ nel punto di ascissa 1. Verifica che le due parabole sono tangenti, determina l'equazione della tangente comune t e calcola l'area del triangolo formato da t, r e l'asse y.

[$y = x^2 - 6x$, $y = -x^2 - 2x - 2$; t: $y = -4x - 1$; 2]

$y = x^2 + bx$ $\qquad\qquad$ $y = -x^2 - 2x + c$

devono entrambe passare per $P(1, -5)$

$-5 = 1 + b$ $\qquad\qquad$ $-5 = -1 - 2 + c$

$b = -6$ $\qquad\qquad$ $c = -2$

$y = x^2 - 6x$ $\qquad\qquad$ $y = -x^2 - 2x - 2$

$$\begin{cases} y = x^2 - 6x \\ y = -x^2 - 2x - 2 \end{cases} \Rightarrow \quad x^2 - 6x = -x^2 - 2x - 2$$

$2x^2 - 4x + 2 = 0$

$x^2 - 2x + 1 = 0$ $\qquad\qquad$ $\Delta = 4 - 4 = 0$

$\Delta = 0$ perché

è $(x-1)^2 = 0$

$x = 1$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -5 \end{cases} \qquad T(1, -5)$$

$y = x^2 - 6x$

$m = 2 \cdot 1 \cdot 1 - 6 = -4$

$y + 5 = -4(x - 1)$

$y = -4x + 4 - 5$

$\boxed{y = -4x - 1}$ TANGENTE

$y = ax^2 + bx + c$

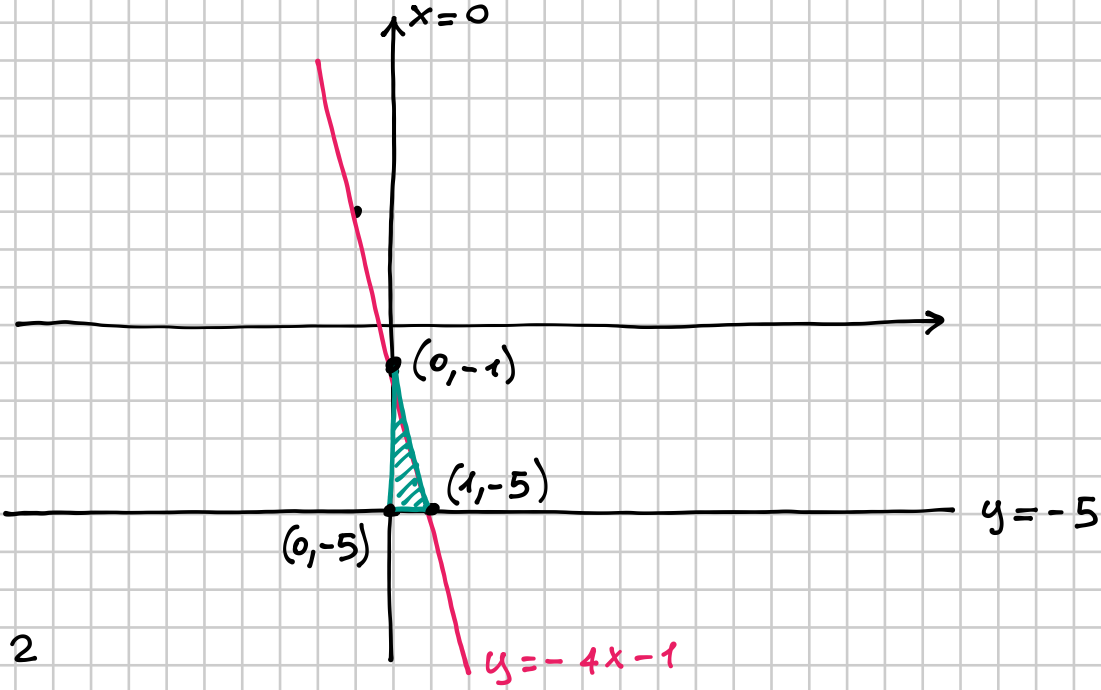
$T(x_0, y_0)$ PUNTO DI TANGENZA

$m = 2ax_0 + b$ coeff. ang. della tangente

$t: y = -4x - 1$

$r: y = -5$

Asse y $x = 0$



$\text{Area} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4 = 2$