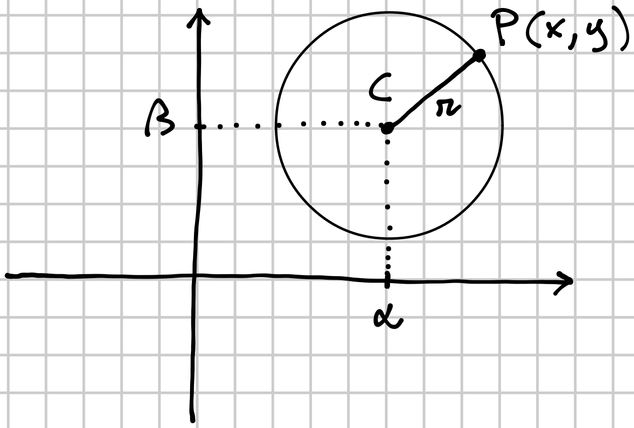
LA CIRCONFERENZA NEL PIANO CARTESIANO



Dati un punto $C(\alpha, \beta)$ detto CENTRO e un numero reale $r > 0$ detto RAGGIO, si dice CIRCONFERENZA di centro C e raggio r il luogo geometrico dei punti del piano che hanno distanza r da C.

$P(x, y)$ appartiene alla circonferenza sse $\overline{PC} = r$

$$\sqrt{(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2} = r$$

$$(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = r^2$$

$$x^2 - 2\alpha x + \alpha^2 + y^2 - 2\beta y + \beta^2 - r^2 = 0$$

$$x^2 + y^2 \underbrace{-2\alpha}_{a} x \underbrace{-2\beta}_{b} y + \underbrace{\alpha^2 + \beta^2 - r^2}_{c} = 0$$

$-2\alpha = a$

$-2\beta = b$

$\alpha^2 + \beta^2 - r^2 = c$

$\Downarrow$

$\alpha = -\dfrac{a}{2} \quad \beta = -\dfrac{b}{2}$

$$\boxed{x^2 + y^2 + ax + by + c = 0}$$

EQ. CIRCONFERENZA

$r^2 = \alpha^2 + \beta^2 - c$

$r^2 = \dfrac{a^2}{4} + \dfrac{b^2}{4} - c$

$r = \sqrt{\dfrac{a^2}{4} + \dfrac{b^2}{4} - c}$

$r = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 - c}$

CONDIZIONE AFFINCHÉ L'EQUAZIONE RAPPRESENTI UNA CIRCONFERENZA È

$$\boxed{\alpha^2 + \beta^2 - c > 0}$$

SE $\alpha^2 + \beta^2 - c < 0$, L'EQ. RAPPRESENTA $\emptyset$ INS. VUOTO

SE $\alpha^2 + \beta^2 - c = 0$, $r = 0$ E L'EQUAZ. RAPPRESENTA UN SOLO PUNTO (IL CENTRO) CIRCONF. DEGENERE

Determina se ognuna delle seguenti equazioni corrisponde a una circonferenza; in caso affermativo disegna la circonferenza, dopo aver determinato il centro e il raggio.

18 **a.** $x^2 + y^2 + 1 = 0$; NO **b.** $x^2 + y^2 - 1 = 0$; **c.** $6x^2 + 6y^2 - 24 = 0$.

19 **a.** $(x-1)^2 + y^2 = 4$; **b.** $x^2 + 2y^2 + x + 3y - 5 = 0$; **c.** $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$.

20 **a.** $x^2 + y^2 + 2xy + 3 = 0$; **b.** $3x^2 - 3y^2 + x + y + 1 = 0$; **c.** $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 6 = 0$.

$\boxed{18}$ a) $x^2+y^2+1=0 \Rightarrow x^2+y^2=-1$ non è soddisfatta per nessun x, y

NO

b) $x^2+y^2-1=0$ $\quad \alpha = -\frac{a}{2} = 0 \quad \beta = -\frac{b}{2} = 0 \quad \alpha^2+\beta^2-c = 1$

$a=0 \quad b=0 \quad c=-1$ $\quad C(0,0) \quad r=\sqrt{1}=1$

$(x-0)^2+(y-0)^2=1^2$

c) $6x^2+6y^2-24=0$ → dividi i coeff. per 6

$x^2+y^2-4=0$

$x^2+y^2=4 \quad C(0,0) \quad r=2$

$(x-0)^2+(y-0)^2=2^2$

$x^2+y^2-4=0 \quad \alpha=0 \quad \beta=0 \quad \alpha^2+\beta^2-c=4$

$r=\sqrt{4}=2$

$\boxed{19}$ a) $(x-1)^2+y^2=4 \quad C(1,0) \quad r=2$

$x^2-2x+1+y^2-4=0$

$x^2+y^2-2x-3=0 \quad \alpha=-\frac{a}{2}=-\frac{-2}{2}=1 \quad \alpha^2+\beta^2-c=$

$=1-(-3)=4>0$

$\beta=-\frac{b}{2}=0$

$C(1,0) \quad r=\sqrt{4}=2$

h) $x^2 + 2y^2 + x + 3y - 5 = 0$ NON È UNA CIRCONFERENZA

i coeff. di x^2 e y^2 NON POSSONO ESSERE DIVERSI