Determina se ognuna delle seguenti equazioni corrisponde a una circonferenza; in caso affermativo disegna la circonferenza, dopo aver determinato il centro e il raggio.

18 a. $x^2 + y^2 + 1 = 0$; NO b. $x^2 + y^2 - 1 = 0$; c. $6x^2 + 6y^2 - 24 = 0$.

19 a. $(x-1)^2 + y^2 = 4$; b. $x^2 + 2y^2 + x + 3y - 5 = 0$; c. $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$.

20 a. $x^2 + y^2 + 2xy + 3 = 0$; b. $3x^2 - 3y^2 + x + y + 1 = 0$; c. $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 6 = 0$.

$\boxed{18}$ a) $x^2+y^2+1=0 \Rightarrow x^2+y^2=-1$ non è soddisfatta per nessun x, y

NO

b) $x^2+y^2-1=0$ $\alpha = -\frac{a}{2} = 0$ $\beta = -\frac{b}{2} = 0$ $\alpha^2+\beta^2-c = 1$

$a=0$ $b=0$ $c=-1$ $C(0,0)$ $r=\sqrt{1}=1$

$(x-0)^2+(y-0)^2=1^2$

c) $6x^2+6y^2-24=0$ → divido i coeff. per 6

$x^2+y^2-4=0$

$x^2+y^2=4$ $C(0,0)$ $r=2$

$(x-0)^2+(y-0)^2=2^2$

$x^2+y^2-4=0$ $\alpha=0$ $\beta=0$ $\alpha^2+\beta^2-c=4$

$r=\sqrt{4}=2$

$\boxed{19}$ a) $(x-1)^2+y^2=4$ $C(1,0)$ $r=2$

$x^2-2x+1+y^2-4=0$

$x^2+y^2-2x-3=0$ $\alpha=-\frac{a}{2}=-\frac{-2}{2}=1$ $\alpha^2+\beta^2-c=$

$=1-(-3)=4>0$

$\beta=-\frac{b}{2}=0$

$C(1,0)$ $r=\sqrt{4}=2$

b) $x^2+2y^2+x+3y-5=0$ NON È UNA CIRCONFERENZA

i coeff. di x^2 e y^2 NON POSSONO ESSERE DIVERSI

c) $x^2+y^2-2x-2y-2=0$

$\alpha=-\frac{a}{2}=-\frac{-2}{2}=1$ $\beta=-\frac{b}{2}=1$ $\alpha^2+\beta^2-c=1+1-(-2)=4>0$

È UNA CIRC.

$C(1,1)$ $r=\sqrt{4}=2$

È la circonferenza di centro $C(1,1)$ e raggio $r=2$

$\boxed{20}$

a) $x^2+y^2+2xy+3=0$ NON È UNA CIRC. perché compare il termine $2xy$

b) $3x^2-3y^2+x+y+1=0$ NON È CIRCONFERENZA

$\downarrow$ $\downarrow$

3 -3 i coeff. di x^2 e y^2 sono diversi

c)

$x^2+y^2-6x+2y-6=0$

$\alpha=3$ $\beta=-1$ $\alpha^2+\beta^2-c=9+1+6=16$ SÌ È CIRC.

$\sqrt{16}$

$C(3,-1)$ $r=4$

32 Determina l'equazione della circonferenza di raggio 3 che ha lo stesso centro della circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 7 = 0$. $[x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 = 0]$

$x^2+y^2-4x+6y+7=0$

$\alpha = -\frac{a}{2} = -\frac{-4}{2} = 2$

$\beta = -\frac{b}{2} = -\frac{6}{2} = -3$

CENTRO $C(2,-3)$

$r = 3$

$\Rightarrow (x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=r^2$

$(x-2)^2+(y+3)^2=3^2$

$x^2+4-4x+y^2+\cancel{9}+6y-\cancel{9}=0$

$\boxed{x^2+y^2-4x+6y+4=0}$

49 Dopo aver determinato per quali valori di k l'equazione $x^2 + y^2 - 6x - 4y + k + 1 = 0$ rappresenta una circonferenza, stabilisci per quale valore di k la circonferenza:

a. ha raggio 3;

b. passa per il punto $A\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$;

c. si trova nel primo quadrante.

$\left[k \leq 12; \text{a) } k = 3; \text{b) } k = -\frac{1}{2}; \text{c) } 8 \leq k \leq 12\right]$

$x^2+y^2-6x-4y+\overbrace{K+1}^{c}=0$

$C(3,2) \qquad \alpha^2+\beta^2-c>0$

$3^2+2^2-K-1>0$

$12-K>0$

$-K>-12$

$\boxed{K<12}$

OSSERVAZIONE

Se $K=12$, il "raggio" è 0. Si ha dunque una circonferenza DEGENERE, costituita solo da un punto (il centro)

$x^2+y^2-6x-4y+13=0 \qquad C(3,2)$

$x^2-6x+9+y^2-4y+4=0$

$(x-3)^2+(y-2)^2=0^2$

$\Rightarrow \begin{cases} x-3=0 \\ y-2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$ L'unica soluzione è proprio $(3,2)$

a) $r = 3$

$x^2 + y^2 - 6x - 4y + K + 1 = 0$

$r^2 = \alpha^2 + \beta^2 - c$

$K < 12$ $\qquad C(3,2)$

$\cancel{9} = \cancel{9} + 4 - (K+1)$

$K + 1 = 4$

$\boxed{K = 3}$

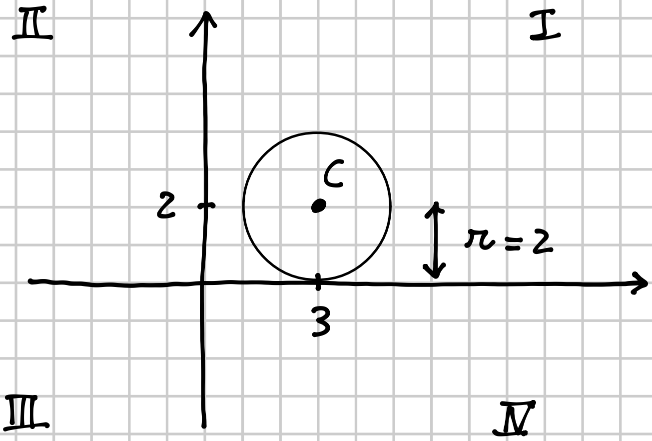
b) passa per $\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

$x^2 + y^2 - 6x - 4y + K + 1 = 0$

$\frac{1}{4} + \frac{9}{4} + 3 - 6 + K + 1 = 0 \qquad \frac{10}{4} - 2 + K = 0 \qquad K = 2 - \frac{10}{4} = -\frac{1}{2}$

$\boxed{K = -\frac{1}{2}}$

c) SI TROVA NEL I QUADRANTE



CONDIZIONE = raggio ≤ 2

$r = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 - c}$

$0 < r \leq 2 \iff r^2 \leq 4$

$\alpha^2 + \beta^2 - c \leq 4$

$$\begin{cases} 9 + \cancel{4} - (K+1) \leq \cancel{4} \\ K < 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -K - 1 \leq -9 \\ K < 12 \end{cases} \qquad \begin{cases} -K \leq -8 \\ K < 12 \end{cases} \qquad \begin{cases} K \geq 8 \\ K < 12 \end{cases} \Rightarrow \boxed{8 \leq K < 12}$$

187 Determina l'equazione della circonferenza di centro $C(-3;0)$ e raggio 5 e scrivi le equazioni delle rette tangenti condotte dal punto $P(7;5)$. $[x^2+y^2+6x-16=0;\ y=5;\ 4x-3y-13=0]$

$C(-3,0)\quad r=5$

$(x+3)^2+(y-0)^2=5^2$

$x^2+9+6x+y^2-25=0$

$x^2+y^2+6x-16=0$

$P(7,5)$

$y-5=m(x-7)$

$y=mx-7m+5$

$$\begin{cases} x^2+y^2+6x-16=0 \\ y=mx-7m+5 \end{cases} \Rightarrow x^2+(mx-7m+5)^2+6x-16=0$$

$x^2+m^2x^2+49m^2+25-14m^2x+10mx-70m+6x-16=0$

$(1+m^2)x^2+(-14m^2+10m+6)x+49m^2-70m+9=0$

$(1+m^2)x^2-2(7m^2-5m-3)x+49m^2-70m+9=0$

$\frac{\Delta}{4}=0\qquad (7m^2-5m-3)^2-(1+m^2)(49m^2-70m+9)=0$

$\cancel{49m^4}+25m^2+\cancel{9}-\cancel{70m^3}-42m^2+30m-49m^2+70m-\cancel{9}-\cancel{49m^4}+\cancel{70m^3}$
$-9m^2=0$

$-75m^2+100m=0$

$3m^2-4m=0\qquad m(3m-4)=0$

$m=0$

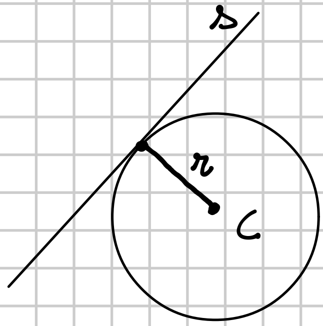
$3m-4=0\Rightarrow m=\frac{4}{3}$

1ª] $m=0\Rightarrow \boxed{y=5}$ 2ª] $m=\frac{4}{3}\quad y-5=\frac{4}{3}(x-7)\quad \boxed{y=\frac{4}{3}x-\frac{13}{3}}$

ALTERNATIVA:

$P(7,5)$ $\qquad$ $x^2+y^2+6x-16=0$

$C(-3,0)$ $\qquad$ $r=5$



retta s tangente $\iff$ $d(C,s)=r$

$$y-5=m(x-7) \implies \underbrace{m}_{a=m}x \underbrace{-}_{b=-1}y \underbrace{-7m+5}_{c}=0$$

forma implicita

IMPONGO $d(C,s)=r$

coordinate del centro $C(-3,0)$

$$\frac{|a x_C + b y_C + c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = r \qquad \frac{|m(-3)-0-7m+5|}{\sqrt{m^2+1}} = 5$$

$$\frac{|-3m-7m+5|}{\sqrt{m^2+1}} = 5 \qquad \frac{|-10m+5|}{\sqrt{m^2+1}} = 5$$

$$|-10m+5| = 5\sqrt{m^2+1} \xrightarrow{\text{elevo al quadrato}}$$

$$100m^2+25-100m = 25(m^2+1)$$

$$4m^2+\cancel{1}-4m = m^2+\cancel{1}$$

$$3m^2-4m=0 \quad \begin{cases} m=0 \\ m=\frac{4}{3} \end{cases}$$

COME PRIMA...