394 Trova l'equazione della circonferenza che passa per i punti $A(0; -1)$ e $B(-3; 0)$ e ha il centro C sulla retta di equazione $6x - y + 4 = 0$. Traccia per il punto D di intersezione della circonferenza con il semiasse positivo delle x la corda DE parallela all'asse y e trova le equazioni delle tangenti in D e in E alla circonferenza che si intersecano in F. Calcola l'area del quadrilatero $CDFE$.

$\left[x^2 + y^2 - 8y - 9 = 0;\right.$

$\left.3x + 4y - 41 = 0; 3x - 4y - 9 = 0; \frac{100}{3}\right]$

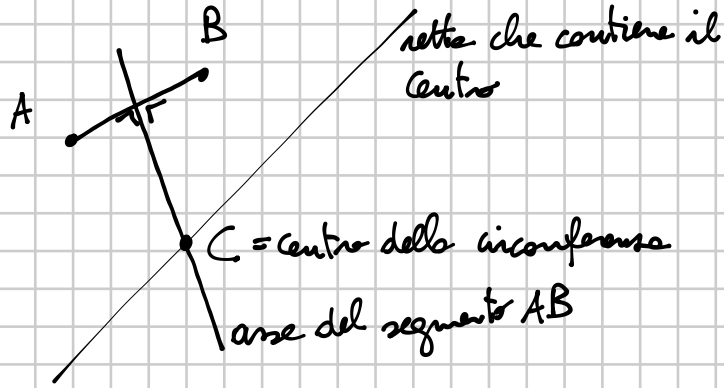
$x^2+y^2+ax+by+c=0 \qquad C\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right)$

$$\begin{array}{l} A \rightarrow \\ B \rightarrow \\ C \rightarrow \\ \text{CENTRO} \end{array} \begin{cases} 1 - b + c = 0 \\ 9 - 3a + c = 0 \\ 6\cdot\left(-\frac{a}{2}\right) - \left(-\frac{b}{2}\right) + 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = b - 1 \\ 9 - 3a + b - 1 = 0 \\ -3a + \frac{b}{2} + 4 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} c = b - 1 \\ -3a = -8 - b \\ -8 - b + \frac{b}{2} + 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} // \\ -\frac{b}{2} = 4 \end{cases} \qquad \begin{cases} c = -9 \\ -3a = 0 \Rightarrow a = 0 \\ b = -8 \end{cases} \qquad \boxed{x^2+y^2-8y-9=0}$$

ALTERNATIVA



$A(0, -1) \qquad B(-3, 0)$

ASSE DEL SEGMENTO AB

$$(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = (x - x_B)^2 + (y - y_B)^2$$

$$(x - 0)^2 + (y + 1)^2 = (x + 3)^2 + (y - 0)^2$$

$$\cancel{x^2} + \cancel{y^2} + 1 + 2y = \cancel{x^2} + 9 + 6x + \cancel{y^2}$$

$$6x - 2y + 8 = 0$$

$$\begin{cases} 6x - 2y + 8 = 0 \\ 6x - y + 4 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 6x - 4 + 4 = 0 \\ y = 4 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 0 \\ y = 4 \end{cases} \rightarrow \text{CENTRO } C(0, 4)$$

$$// \quad -y + 4 = 0$$

Posso trovare il raggio

$$r = \overline{CA} = \sqrt{(0-0)^2 + (4+1)^2} = 5$$

la circonferenza è $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2 \rightarrow (x - 0)^2 + (y - 4)^2 = 25$

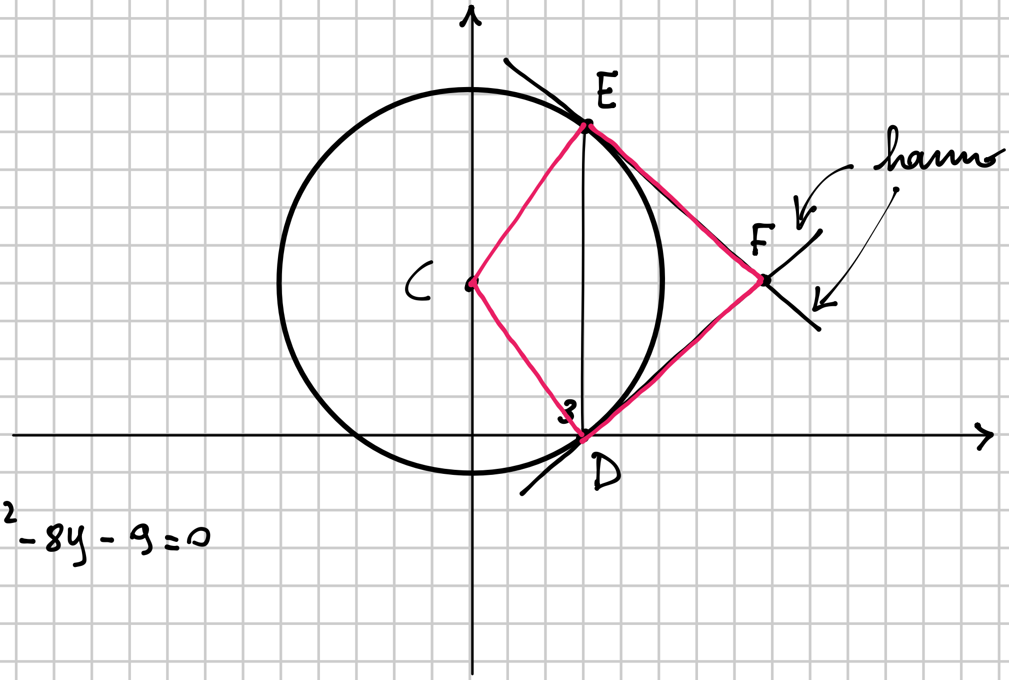
$$\boxed{x^2 + y^2 - 8y - 9 = 0}$$

D = intersez. della circ. col semiasse positivo x

-3 NON ACC.

$$\begin{cases} x^2+y^2-8y-9=0 \\ y=0 \leftarrow \text{asse } x \\ x>0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2-9=0 \\ y=0 \\ x>0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2=9 \\ y=0 \\ x>0 \end{cases} \Rightarrow x=\pm 3$$

$D(3,0)$



hanno coeff. angolari OPPOSTI

$$E \begin{cases} x^2+y^2-8y-9=0 \\ x=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{9}+y^2-8y-\cancel{9}=0 \\ x=3 \end{cases} \quad \begin{cases} y(y-8)=0 \\ x=3 \end{cases} \quad \begin{cases} y=0 \vee y=8 \\ x=3 \end{cases} \rightarrow E(3,8)$$

Troviamo la tangente per $D(3,0)$ $\quad y-0=m(x-3)$

$$mx-y-3m=0$$

centro $C(0,4)$

$r=5$

$$\frac{|-4-3m|}{\sqrt{1+m^2}}=5$$

$$|-4-3m|=5\sqrt{1+m^2}$$

$$16+9m^2+24m=25(1+m^2)$$

$$9m^2+24m+16-25-25m^2=0$$

$$-16m^2+24m-9=0$$

$$16m^2-24m+9=0 \qquad (4m-3)^2=0 \Rightarrow m=\frac{3}{4}$$

1ª TANGENTE

$$\frac{3}{4}x-y-\frac{9}{4}=0$$

La tangente per $E(3,8)$ ha coeff. angolare $m' = -\frac{3}{4}$ (opposto di $m = \frac{3}{4}$)

PER SIMMETRIA

$$y - 8 = -\frac{3}{4}(x-3)$$

$$y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{4} + 8$$

$$y = -\frac{3}{4}x + \frac{41}{4} \quad 2^a \text{ TANGENTE}$$

$$F\begin{cases} 4y - 3x + 9 = 0 \\ y = -\frac{3}{4}x + \frac{41}{4} \end{cases} \qquad \begin{cases} 4\left(-\frac{3}{4}x + \frac{41}{4}\right) - 3x + 9 = 0 \\ // \end{cases} \qquad -3x + 41 - 3x + 9 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$-6x = -50$$

$$x = \frac{50}{6} = \frac{25}{3}$$

$$y = -\frac{\cancel{3}}{4} \cdot \frac{25}{\cancel{3}} + \frac{41}{4} = \frac{16}{4} = 4 \qquad F\left(\frac{25}{3}, 4\right)$$

$$\mathcal{A}_{CDFE} = \frac{1}{2}\overline{CF} \cdot \overline{DE} = \frac{1}{\cancel{2}_1} \cdot \frac{25}{3} \cdot \cancel{8}^4 = \frac{100}{3}$$

387 Dato il triangolo di vertici $A(-4; 3)$, $B(-6; -3)$ e $C(0; -5)$, determina:

a. l'equazione della circonferenza circoscritta;

b. le equazioni delle tangenti alla circonferenza perpendicolari alla retta di equazione $x - 2y - 9 = 0$.

[a) $x^2 + y^2 + 4x + 2y - 15 = 0$;
b) $2x + y + 15 = 0$, $2x + y - 5 = 0$]

$$x^2+y^2+ax+by+c=0$$

$A(-4,3)$

$B(-6,-3)$

$C(0,-5)$

$$\begin{cases} 16+9-4a+3b+c=0 \\ 36+9-6a-3b+c=0 \\ 25-5b+c=0 \end{cases} \quad \begin{cases} \cancel{25}-4a+3b+5b-\cancel{25}=0 \\ 45-6a-3b+5b-25=0 \\ c=5b-25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8b-4a=0 \Rightarrow a=2b \\ 20-6a+2b=0 \\ // \end{cases} \quad \begin{cases} a=2b \\ 20-12b+2b=0 \Rightarrow b=2 \\ // \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=4 \\ b=2 \\ c=-15 \end{cases}$$

$$\boxed{x^2+y^2+4x+2y-15=0}$$

CENTRO

$C'(-2,-1)$

$r=\sqrt{4+1+15}=\sqrt{20}$

$x-2y-9=0 \Rightarrow 2y=x-9 \quad y=\frac{1}{2}x-\frac{9}{2}$

$m=\frac{1}{2}$

$m_\perp=-2$

$y=-2x+K$

$2x+y-K=0$

$2x + y - k = 0$ $\quad C'(-2,-1) \quad r = \sqrt{20}$

$$\frac{|-4-1-k|}{\sqrt{4+1}} = \sqrt{20}$$

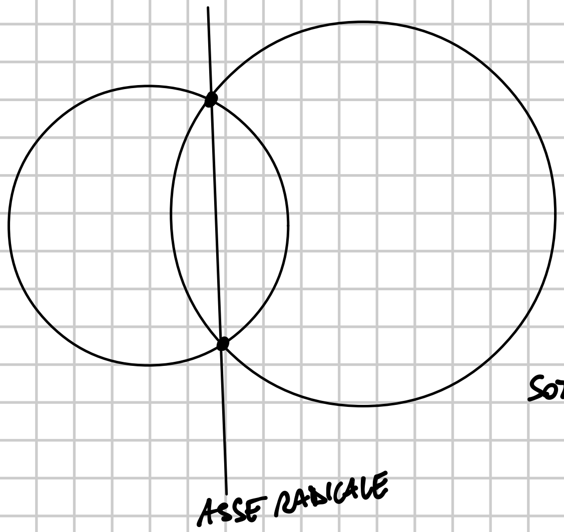
$$|-5-k| = \sqrt{5} \cdot \sqrt{20}$$

$$|-5-k| = \sqrt{100}$$

$$-5-k = \pm 10 \quad \begin{cases} -5-k = 10 & k = -15 \\ \vee & \\ -5-k = -10 & k = 5 \end{cases}$$

$$2x + y - k = 0 \Rightarrow \boxed{2x + y + 15 = 0 \quad \vee \quad 2x + y - 5 = 0}$$

INTERSEZIONI FRA 2 CIRCONFERENZE



$$\begin{cases} x^2+y^2+ax+by+c=0 \\ x^2+y^2+a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$$

SOTTRAGGO

$$// \; // \quad (a-a')x+(b-b')y+c-c'=0$$

eq. di una retta

$\Downarrow$

ASSE RADICALE

ESEMPIO

$$\begin{cases} x^2+y^2+x-2y+1=0 \\ x^2+y^2-2x+y-2=0 \end{cases}$$

$$// \; // \quad 3x-3y+3=0 \Rightarrow x-y+1=0$$

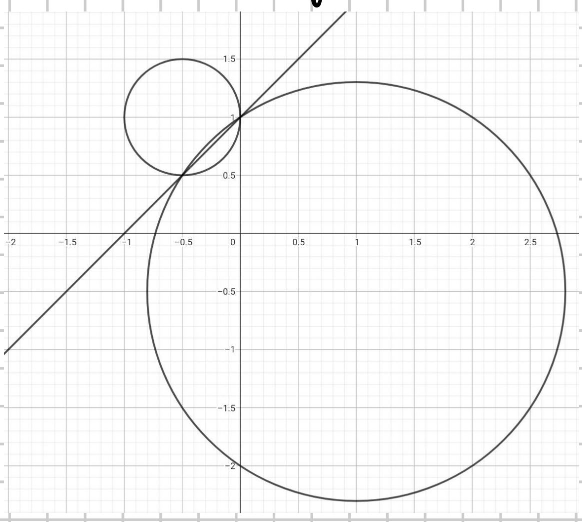
ASSE RADICALE

$$\begin{cases} x^2+y^2+x-2y+1=0 \\ x-y+1=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+(x+1)^2+x-2(x+1)+1=0 \\ y=x+1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x^2+x^2\cancel{+1}+\cancel{2x}+x-\cancel{2x}\cancel{-2}\cancel{+1}=0 \\ y=x+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2+x=0 \\ y=x+1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x(2x+1)=0 \\ y=x+1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x=0 \;\vee\; 2x+1=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{2} \\ y=x+1 \end{cases}$$

$A(0,1) \quad B\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$



264 Determina l'equazione della circonferenza tangente alla retta di equazione $x - 2y + 4 = 0$ nel suo punto di ascissa -2 e passante per $P(1; 0)$. $[x^2 + y^2 + 2x + 2y - 3 = 0]$

$$x^2+y^2+ax+by+c=0$$

$$P(1,0) \rightarrow \begin{cases} 1+a+c=0 \\ 4+1-2a+b+c=0 \end{cases} \qquad T(-2,1) \rightarrow$$

$$x-2y+4=0$$

$$x=-2 \Rightarrow -2-2y+4=0 \qquad y=1$$

$$T(-2,1)$$

$$\begin{cases} a+c=-1 \\ -2a+b+c=-5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+y^2+ax+by+c=0 \\ x-2y+4=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} (2y-4)^2+y^2+a(2y-4)+by+c=0 \\ x=2y-4 \end{cases}$$

$$4y^2+16-16y+y^2+2ay-4a+by+c=0$$

$$5y^2+(2a+b-16)y-4a+c+16=0$$

$$\Delta=0 \quad \begin{cases} (2a+b-16)^2-20(-4a+c+16)=0 \\ a+c=-1 \\ -2a+b+c=-5 \end{cases} \qquad \begin{cases} // \\ c=-1-a \\ -2a+b-1-a=-5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (2a+3a-4-16)^2-20(-4a-1-a+16)=0 \\ c=-1-a \\ b=3a-4 \end{cases}$$

$$(5a-20)^2-20(-5a+15)=0 \qquad \begin{cases} a=2 \\ b=2 \\ c=-3 \end{cases}$$

$$25a^2+400-200a+100a-300=0$$

$$25a^2-100a+100=0 \qquad a^2-4a+4=0 \qquad (a-2)^2=0 \Rightarrow a=2$$

$$\boxed{x^2+y^2+2x+2y-3=0}$$