287 $\log \dfrac{x-9}{4x} = 0$ [−3]

$$\log \frac{x-9}{4x} = \log 1$$

$$\frac{x-9}{4x} = 1$$

$$x - 9 = 4x$$

$$-3x = 9$$

$$\boxed{x = -3}$$ dopo controllo C.E.

C.E.

$$\frac{x-9}{4x} > 0$$

N] $x - 9 > 0 \quad x > 9$

D] $4x > 0 \quad x > 0$

	$x<0$	$0<x<9$	$x>9$
N	−	−	+
D	−	+	+
	+	−	+

$$\boxed{x < 0 \ \vee \ x > 9}$$

288 $\log_2 \dfrac{2x}{x+3} = -1$ [1]

$$\log_2 \frac{2x}{x+3} = -1 \cdot \log_2 2$$

$$\log_2 \frac{2x}{x+3} = \log_2 2^{-1}$$

$$\frac{2x}{x+3} = \frac{1}{2}$$

$$4x = x + 3$$

$$3x = 3$$

$$\boxed{x = 1}$$

C.E.

$$\frac{2x}{x+3} > 0$$

....

$$\boxed{x < -3 \ \vee \ x > 0}$$

331 $\log_2(x^2-4)+2\log_2 x = 1+\log_2(5x^2+16)$

$$\log_2(x^2-4)+\log_2 x^2=\log_2 2+\log_2(5x^2+16)$$

C.E.

$$\begin{cases} x^2-4>0 \\ x>0 \\ 5x^2+16>0 \end{cases} \quad \begin{cases} x<-2 \vee x>2 \\ x>0 \\ \forall x \end{cases} \Downarrow \quad x>2$$

$$\log_2[(x^2-4)\cdot x^2]=\log_2[2\cdot(5x^2+16)]$$

$$(x^2-4)\cdot x^2=2(5x^2+16)$$

$$x^4-4x^2-10x^2-32=0$$

$$x^4-14x^2-32=0$$

$$(x^2-16)\cancel{(x^2+2)}=0$$ perché sempre $\neq 0$

$$x^2-16=0 \qquad x=\pm 4$$

$x=-4$ NON ACC. per C.E.

$\vee$

$x=4 \Rightarrow \boxed{x=4}$

337 $\log_3 x(3\log_3 x-4)+1=0$ $[\sqrt[3]{3}; 3]$

C.E.

$x>0$

$$t=\log_3 x$$

$$t(3t-4)+1=0$$

$$3t^2-4t+1=0 \qquad \frac{\Delta}{4}=4-3=1$$

$$t=\frac{2\pm1}{3}= \begin{cases} 1 \Rightarrow \log_3 x=1 \Rightarrow x=3 \\ \frac{1}{3} \Rightarrow \log_3 x=\frac{1}{3} \Rightarrow x=3^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{3} \end{cases}$$

$$\boxed{x=3 \vee x=\sqrt[3]{3}}$$

349 $[\log_3(x-1)]^2 = 2 + 2\log_9(x-1)$ $\left[\frac{4}{3};10\right]$

$$\log_3^2(x-1) = 2 + 2\,\frac{\log_3(x-1)}{\log_3 9}$$

C.E.

$x-1>0 \Rightarrow x>1$

$$\log_3^2(x-1) = 2 + \cancel{2}\cdot\frac{\log_3(x-1)}{\cancel{2}}$$

$t = \log_3(x-1)$

$$t^2 = 2+t$$

$t^2 - t - 2 = 0$

$(t-2)(t+1) = 0$

$t=2 \quad \log_3(x-1) = 2 \Rightarrow x-1 = 3^2 \quad x = 10$

$t=-1 \quad \log_3(x-1) = -1 \Rightarrow x-1 = \frac{1}{3} \quad x = \frac{4}{3}$

$$\boxed{x = \frac{4}{3} \vee x = 10}$$

384 $\log(x+1) - \log(\sqrt{x+1}) = 2$ [9999]

$$\log(x+1) - \frac{1}{2}\log(x+1) = 2$$

C.E. $x+1>0$

$x>-1$

$$\frac{1}{2}\log(x+1) = 2$$

$$\log(x+1) = 4$$

$$x+1 = 10^4$$

$$x = 10^4 - 1 = 9999$$

394 $\sqrt{\log_{\frac{1}{2}} x + 5} - \sqrt{\log_2 x - 1} = 2$ [2]

$$\begin{cases} x > 0 \\ \log_{\frac{1}{2}} x + 5 \geq 0 \\ \log_2 x - 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{\log_{\frac{1}{2}} x + 5} = 2 + \sqrt{\log_2 x - 1}$$

$$\sqrt{\frac{\log_2 x}{\underbrace{\log_2 \frac{1}{2}}_{-1}} + 5} = 2 + \sqrt{\log_2 x - 1}$$

$$\sqrt{5 - \log_2 x} = 2 + \sqrt{\log_2 x - 1}$$

$$5 - \log_2 x = 4 + \log_2 x - 1 + 4\sqrt{\log_2 x - 1}$$

$$2 - 2\log_2 x = 4\sqrt{\log_2 x - 1}$$

$$1 - \log_2 x = 2\sqrt{\log_2 x - 1}$$

CONDIZIONE DI ESISTENZA AGGIUNTIVA $1 - \log_2 x \geq 0$

$t = \log_2 x$

$$1 - t = 2\sqrt{t - 1}$$

$$1 + t^2 - 2t = 4(t - 1)$$

$$t^2 - 2t + 1 - 4t + 4 = 0$$

$$t^2 - 6t + 5 = 0$$

$$(t - 5)(t - 1) = 0$$

$t = 1$ $\quad \log_2 x = 1 \Rightarrow x = 2$

ACCETTABILE perché soddisfa TUTTE le 4 C.E.

$t = 5$ $\quad \log_2 x = 5 \Rightarrow x = 2^5 = 32$

NON ACC.

infatti non soddisfa la C.E. aggiuntiva:

$1 - \log_2 x \geq 0$

$1 - 5 \geq 0$ FALSO!!

$$\boxed{x = 2}$$

LA COSTANTE DI NEPERO

Si chiama <u>COSTANTE DI NEPERO</u>, e si indica con la lettera $\boxed{e}$, il numero irrazionale a cui si avvicina sempre di più la quantità

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$$

al crescere di $n \in \mathbb{N}$.

$n=1 \qquad (1+1)^1 = 2$

$n=2 \qquad \left(1+\frac{1}{2}\right)^2 = 2{,}25$

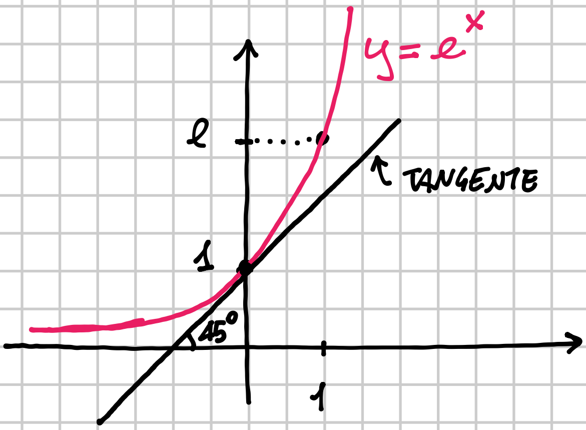
$\vdots$

$n=20251 \qquad \left(1+\frac{1}{20251}\right)^{20251} = 2{,}71821\ldots$

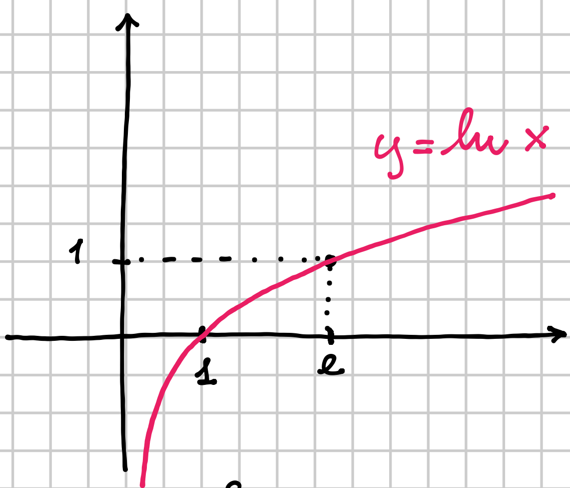
IL NUMERO e CON 10 CIFRE ESATTE È

$$e \approx 2{,}7182818284.$$

e è la BASE PRIVILEGIATA DI ESPONENZIALI E LOGARITMI, per motivi che saranno più chiari in seguito



$y=e^x$ è l'unica curva esponenziale del tipo $y=a^x$ con tangente in $(0,1)$ inclinata di 45°



$\ln x = \log_e x$

LOGARITMO NATURALE