621 $5^{2x} - \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} < 0$ $\left[x < \frac{\log 3}{2\log 5 + \log 3}\right]$

$$5^{2x} < \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$$

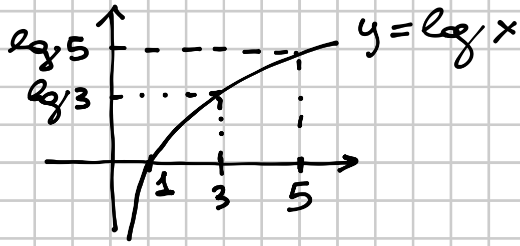
$$\log 5^{2x} < \log\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$$

$$2x \log 5 < (x-1)\log\frac{1}{3}$$

$$2x\log 5 < x\log\frac{1}{3} - \log\frac{1}{3}$$

$$2x\log 5 - x\log\frac{1}{3} < -\log\frac{1}{3}$$

$$x\left(2\log 5 - \underbrace{\log\frac{1}{3}}_{\log 3^{-1}}\right) < -\log\frac{1}{3}$$



$$x(2\log 5 + \log 3) < \log 3$$

$$\boxed{x < \frac{\log 3}{2\log 5 + \log 3}}$$

MODO ALTERNATIVO

$$5^{2x} < \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} \qquad (5^2)^x < \left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$$

$$\frac{25^x}{\left(\frac{1}{3}\right)^x} < 3 \qquad 25^x \cdot 3^x < 3 \qquad (25\cdot 3)^x < 3 \qquad 75^x < 3$$

$$x < \log_{75} 3 = \frac{\log 3}{\log 75} = \frac{\log 3}{\log 5^2 + \log 3} = \frac{\log 3}{2\log 5 + \log 3}$$

639 $$\frac{|2^x-4|-2^x+4}{5^x-2}>0$$

$N>0 \qquad |2^x-4|-2^x+4>0$

$|2^x-4|>2^x-4 \iff 2^x-4<0 \qquad 2^x<4$

$2^x<2^2$

$x<2$

ATTENZIONE: il numeratore $|2^x-4|-2^x+4$
è positivo per $x<2$, ma
per $x\geq 2$ è sempre nullo!

		2			
+		0	0	0	0

$D>0 \quad 5^x-2>0$

$5^x>2 \qquad x>\log_5 2$ per confrontare scrivo $2=\log_5 5^2$

		$\log_5 2$		2	
N	+		+	0	0
D	−	$\nexists$	+		+
	−	$\nexists$	+	0	0

$$\boxed{\log_5 2<x<2}$$

<u>OSSERVAZIONE</u>

Se fosse stato $\dfrac{|2^x-4|-2^x+4}{5^x-2}<0$, la soluzione sarebbe $x<\log_5 2$

Se fosse stato $\dfrac{|2^x-4|-2^x+4}{5^x-2}=0$, la soluzione sarebbe $x\geq 2$

635 $\sqrt{25-5^x} \le 5^x - 5$ $\left[\frac{\log 9}{\log 5} \le x \le 2\right]$

$\sqrt{f(x)} \le g(x)$ $\begin{cases} f(x) \ge 0 \\ g(x) \ge 0 \\ f(x) \le g^2(x) \end{cases}$

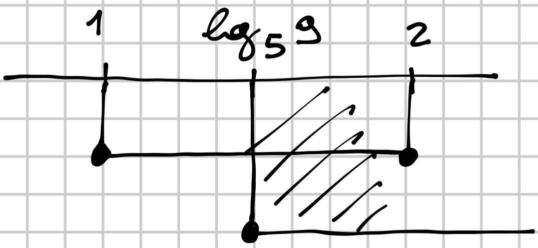
$\begin{cases} 25-5^x \ge 0 \\ 5^x-5 \ge 0 \\ 25-5^x \le (5^x-5)^2 \end{cases}$ $\begin{cases} 5^2 \ge 5^x \\ 5^x \ge 5 \\ \cancel{25}-5^x \le 5^{2x}+\cancel{25}-10\cdot 5^x \end{cases}$

$\begin{cases} 2 \ge x \\ x \ge 1 \\ 5^{2x}-9\cdot 5^x \ge 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 1 \le x \le 2 \\ \cancel{5^x}(5^x-9) \ge 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 1 \le x \le 2 \\ 5^x \ge 9 \end{cases}$

$\begin{cases} 1 \le x \le 2 \\ x \ge \log_5 9 \end{cases}$

$1 = \log_5 5$, quindi $\log_5 9 > 1$

$2 = \log_5 5^2$, quindi $\log_5 9 < 2$

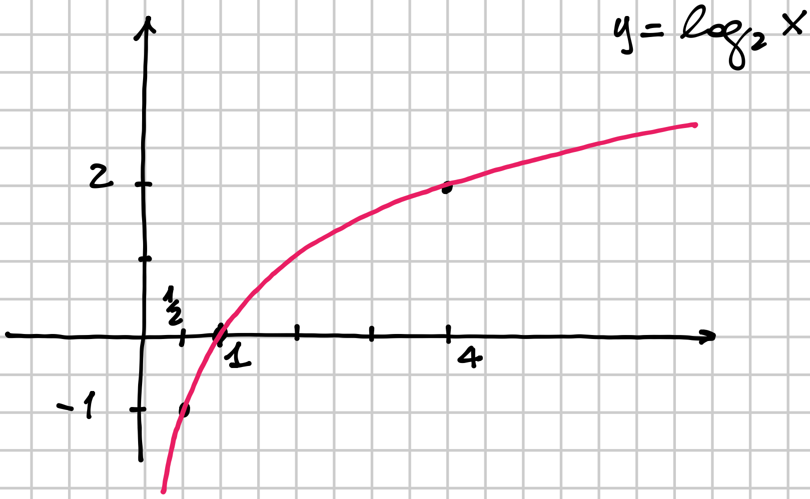


$\log_5 9 \le x \le 2$

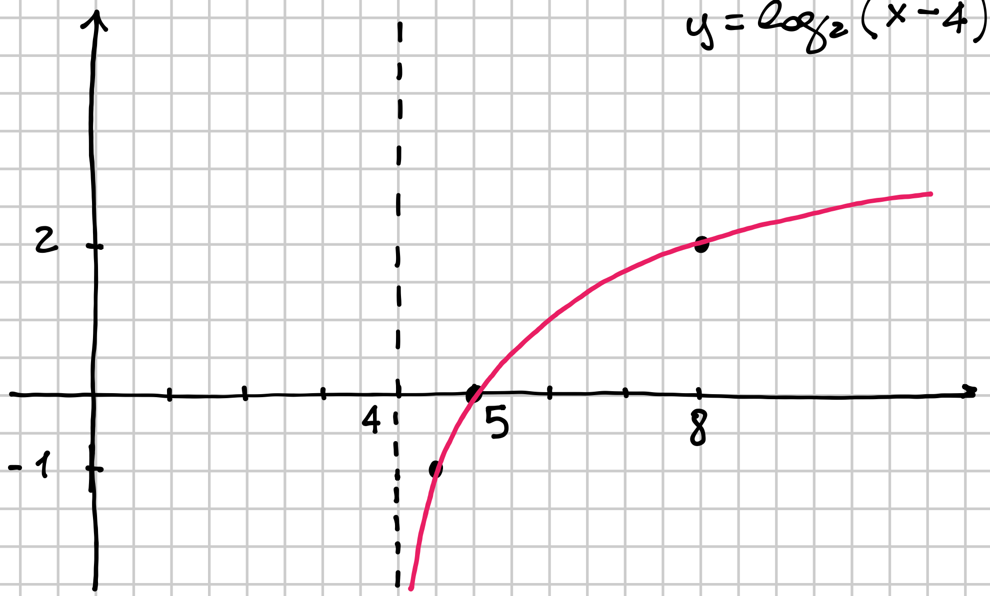
$$\boxed{\frac{\log 9}{\log 5} \le x \le 2}$$

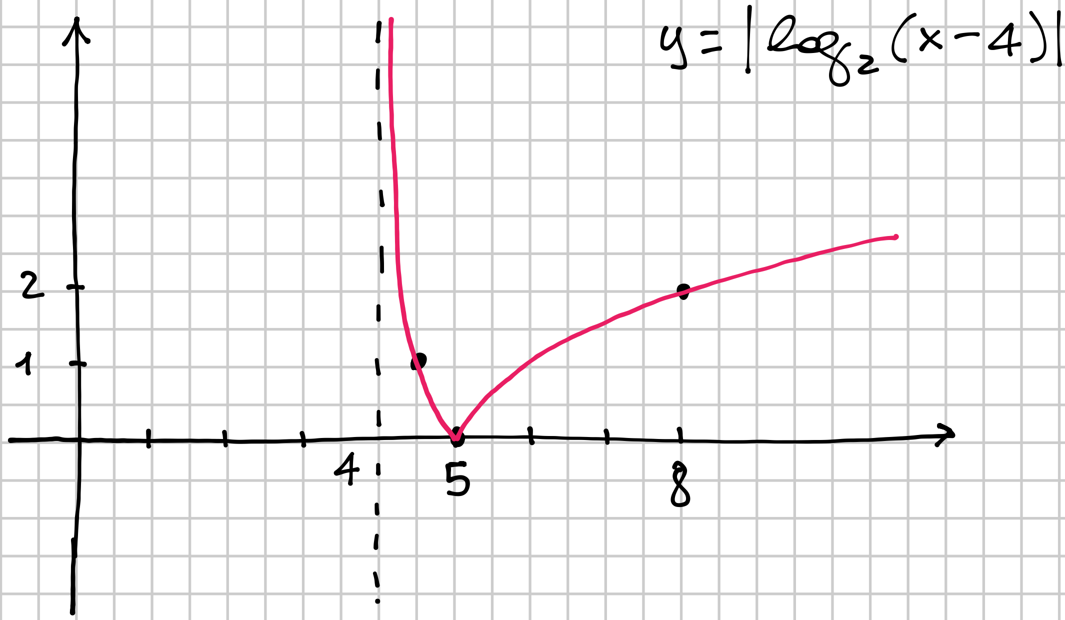
DISEGNARE IL GRAFICO

202 $y = |\log_2(x-4)|$



$\Rightarrow$ TRASLAZIONE VERSO DESTRA DI 4

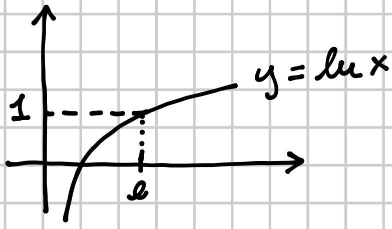


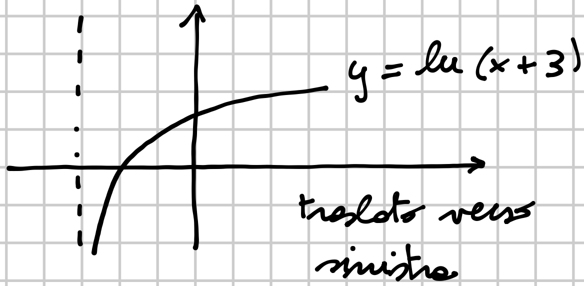


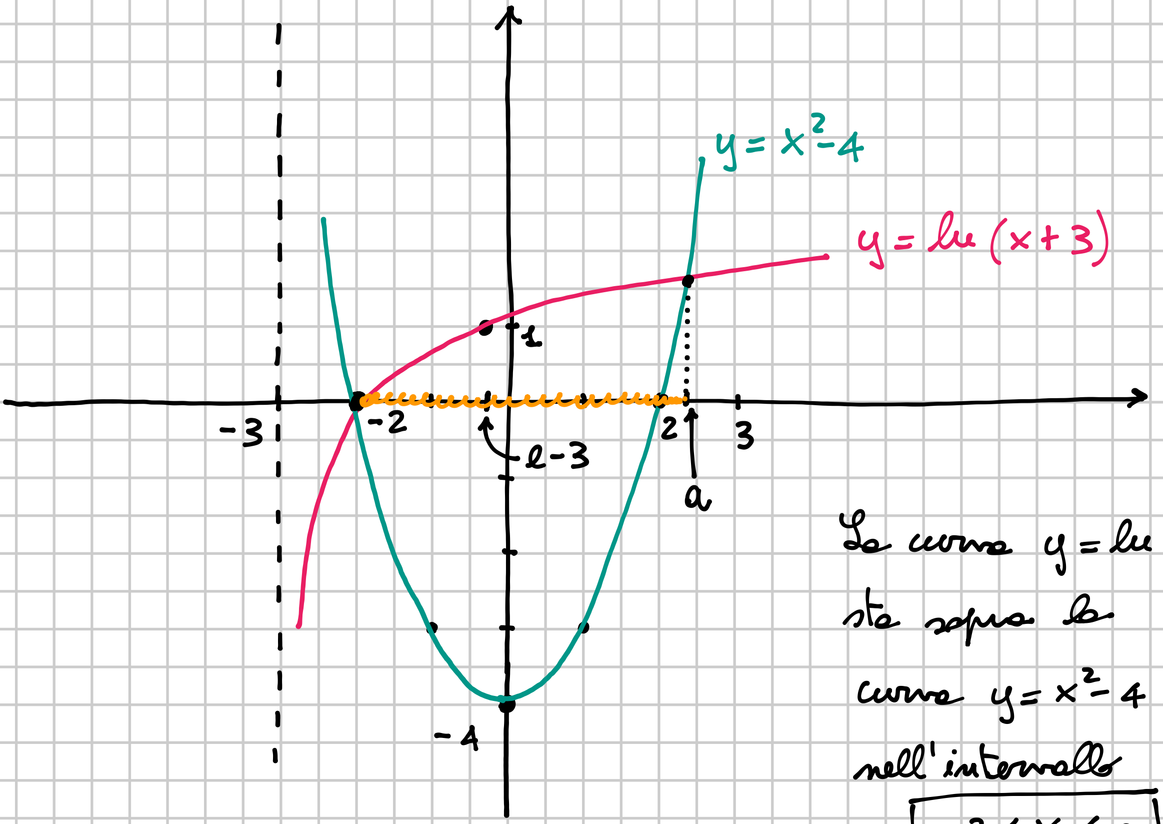
723 $\ln(x+3) > x^2 - 4$ $[-2 < x < a, \text{con } a \simeq 2{,}4]$

RISOLVERE GRAFICAMENTE

$y = \ln(x+3)$







La curva $y = \ln(x+3)$ sta sopra la curva $y = x^2 - 4$ nell'intervallo

$$\boxed{-2 < x < a}$$

con $2 < a < 3$

89 **Uno stagno da riempire** Le ninfee sulla superficie di uno stagno si riproducono con legge esponenziale. All'inizio ci sono 10 ninfee e sai che il loro numero raddoppia ogni 4 giorni.

a. Scrivi il modello che descrive la riproduzione delle ninfee esprimendo il numero di ninfee N in funzione del tempo t, in giorni. Se si contano 300 ninfee, quanti giorni sono passati?

b. Lo stagno, di forma circolare, su cui si sviluppano le ninfee ha una superficie di $80\ m^2$ e ciascuna ninfea ha un diametro di 25 cm. Calcola dopo quanti giorni sarà ricoperto più di un quarto della superficie dello stagno.

[a) $N(t) = 10 \cdot 2^{\frac{t}{4}}$; 20 giorni; b) 22 giorni]

a)

n° giorni t	n° ninfee N
0	10
4	20
8	40
12	80

$$N = 10 \cdot 2^{\frac{t}{4}}$$

$$300 = 10 \cdot 2^{\frac{t}{4}}$$

$$2^{\frac{t}{4}} = 30 \qquad \frac{t}{4} = \log_2 30$$

$$t = 4 \log_2 30 = 4 \frac{\ln 30}{\ln 2} =$$

$$= 19{,}62\ldots \simeq 20 \text{ giorni}$$

b) $\frac{1}{4} S = 20\ m^2$ $\qquad A_{NINFEA} = \left(\frac{25}{2}\right)^2 \pi\ cm^2 = 490{,}873\ldots \times 10^{-4}\ m^2$

S: sup. STAGNO

$$N = \frac{\frac{1}{4} S}{A_{NINFEA}} = \frac{20\ m^2}{490{,}873\ldots \times 10^{-4}\ m^2} = 407{,}4373\ldots$$

N: numero di ninfee

$$N = 10 \cdot 2^{\frac{t}{4}}$$

$$2^{\frac{t}{4}} = \frac{N}{10} \qquad \frac{t}{4} = \log_2 \frac{N}{10}$$

$$t = 4 \cdot \log_2 \frac{N}{10} = 4 \cdot \log_2 (40{,}74373\ldots) =$$

$$= \frac{4}{\log 2} \cdot \log (40{,}74373\ldots) = 21{,}39\ldots$$

Siccome è richiesto il numero di giorni per avere ricoperto più di $\frac{1}{4} S$, devo arrotondare per eccesso

$$\boxed{t = 22 \text{ giorni}}$$