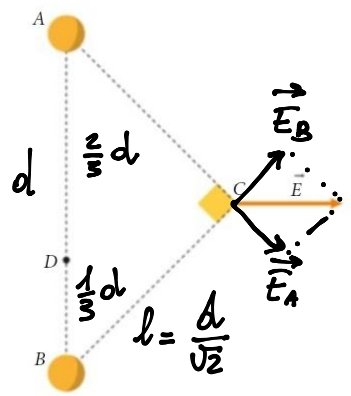
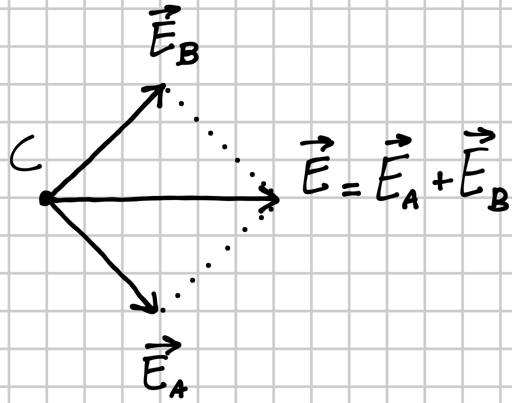
31 La figura mostra due cariche Q uguali, poste agli estremi di un segmento AB di lunghezza $d = 40{,}3$ cm. Il campo elettrico generato dalle due cariche nel punto C, terzo vertice del triangolo rettangolo isoscele ABC, è rappresentato nella figura e ha modulo pari a $E = 1{,}5 \times 10^6$ N/C.



- Determina il modulo e il segno delle cariche.
- Determina il modulo del campo elettrico nel punto D del segmento AB, la cui distanza da A è doppia della sua distanza da B.

[$9{,}6 \times 10^{-6}$ C; $3{,}6 \times 10^6$ N/C]



$$E_A = \frac{E}{\sqrt{2}}$$

$$E_A = k_0 \frac{Q}{l^2}$$

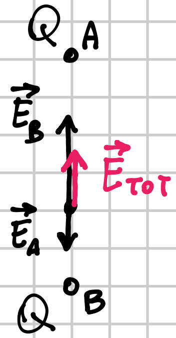
$$\frac{E}{\sqrt{2}} = k_0 \frac{Q}{\left(\frac{d}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

$$\frac{E}{\sqrt{2}} = k_0 \frac{2Q}{d^2} \Rightarrow Q = \frac{d^2 E}{2\sqrt{2}\, k_0} =$$

$$= \frac{(40{,}3 \times 10^{-2}\, m)^2 \left(1{,}5 \times 10^6 \frac{N}{C}\right)}{2\sqrt{2}\left(8{,}99 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}\right)} =$$

$$= 95{,}806... \times 10^{-7}\, C \simeq \boxed{9{,}6 \times 10^{-6}\, C}$$

In D il campo elettrico risultante è diretto verso l'alto



$$E_{TOT} = E_B - E_A = k_0 \frac{Q}{\left(\frac{d}{3}\right)^2} - k_0 \frac{Q}{\left(\frac{2}{3}d\right)^2} =$$

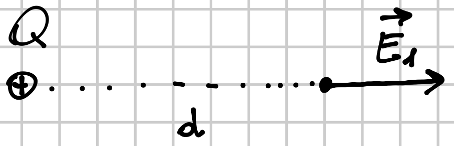
$$= \frac{k_0 Q}{\frac{d^2}{9}}\left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{9 k_0 Q}{d^2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{27 k_0 Q}{4 d^2}$$

$$= \frac{27\left(8{,}99 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}\right)(9{,}58... \times 10^{-6}\, C)}{4(40{,}3 \times 10^{-2}\, m)^2} = 0{,}357... \times 10^7 \frac{N}{C} \simeq \boxed{3{,}6 \times 10^6 \frac{N}{C}}$$

23 ◆◆◆ Alla distanza $d = 7{,}1$ m da una carica puntiforme Q, il modulo del campo elettrico che essa genera è E.

▶ Calcola di quanto deve aumentare la distanza affinché il modulo del campo elettrico si riduca del 25%.

[1,1 m]



$$E_2 = 0{,}75\,E_1$$

$$E_1 = k_0 \frac{Q}{d^2} \qquad\qquad E_2 = k_0 \frac{Q}{(d+x)^2} \quad x > 0$$

$$0{,}75\,E_1 = k_0 \frac{Q}{(d+x)^2}$$

$$0{,}75\,\cancel{k_0}\frac{\cancel{Q}}{d^2} = \cancel{k_0}\frac{\cancel{Q}}{(d+x)^2}$$

$$\frac{0{,}75}{d^2} = \frac{1}{(d+x)^2} \qquad\qquad \frac{d^2}{0{,}75} = (d+x)^2$$

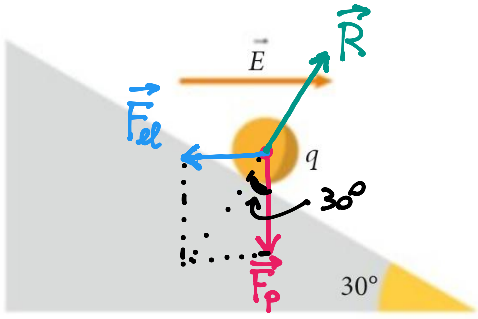
$$d^2 = \underbrace{0{,}75}_{\frac{3}{4}}\left(d^2 + x^2 + 2xd\right)$$

$$4d^2 = 3d^2 + 3x^2 + 6dx \qquad\qquad 3x^2 + 6dx - d^2 = 0$$

$$x = \frac{-3d \pm \sqrt{9d^2 + 3d^2}}{3} = \begin{cases} -3d - \sqrt{\dots} & \text{NON ACC. perché } x > 0 \\ \dfrac{-3d + \sqrt{12}\,d}{3} = \end{cases}$$

$$= \frac{d\left(\sqrt{12} - 3\right)}{3} = (7{,}1\ \text{m})\,\frac{\sqrt{12} - 3}{3} = 1{,}098\ldots\ \text{m} \simeq \boxed{1{,}1\ \text{m}}$$

24 ◆◆◆ La figura rappresenta una sferetta di massa $m = 3{,}15 \times 10^{-3}$ kg e carica elettrica q, in quiete su un piano inclinato di 30°, in assenza di attrito. La sferetta è immersa in un campo elettrico uniforme di modulo $E = 4{,}45 \times 10^4$ N/C. La sua direzione e il suo verso sono mostrati nella figura.



▶ Determina il valore della carica q.

[$-4{,}0 \times 10^{-7}$ C]

$$\vec{F}_{el} + \vec{F}_p + \vec{R} = \vec{0}$$

$\vec{R}$ non equilibra solo il componente perpendicolare di $\vec{F}_p$, ma anche la spinta dovuta alla forza elettrica $\vec{F}_{el}$

$$F_{el} = F_p \cdot \tan 30^\circ \qquad |q|E = m g \tan 30^\circ$$

q deve essere negativa, altrimenti non ci sarebbe equilibrio

$$|q| = \frac{m g \tan 30^\circ}{E} = \frac{(3{,}15 \times 10^{-3}\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)\cdot \frac{\sqrt{3}}{3}}{4{,}45 \times 10^4\ \text{N/C}} =$$

$$= 4{,}0051\ldots \times 10^{-7}\ \text{C} \simeq 4{,}0 \times 10^{-7}\ \text{C}$$

$$q = -|q| = \boxed{-4{,}0 \times 10^{-7}\ \text{C}}$$