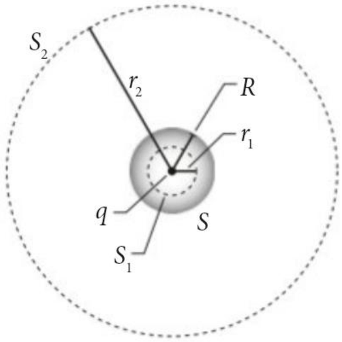
57 Una carica puntiforme $q = 1{,}5 \times 10^{-8}$ C è posta nel vuoto. Considera la superficie equipotenziale sferica S, centrata in q, di raggio $R = 10$ m. Il potenziale è nullo nei punti posti a distanza infinita da q.



▸ Calcola i raggi r_1 e r_2, con $r_1 < r_2$, di due superfici equipotenziali S_1 e S_2 tali che la differenza di potenziale tra S_1 e S sia uguale alla differenza di potenziale tra S e S_2 e sia pari a $\Delta V = 10$ V.

[5,7 m; 39 m]

$$V = k_0 \frac{q}{r}$$ potenziale a distanza r da q

$$\Delta V = k_0 \frac{q}{r_1} - k_0 \frac{q}{R} = k_0 q \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{R}\right)$$

potenziale in un punto di S_1

potenziale in un punto di S

$$\Delta V = k_0 \frac{q}{R} - k_0 \frac{q}{r_2} = k_0 q \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r_2}\right)$$

potenziale in un punto di S_2

$$k_0 q \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{R}\right) = \Delta V$$

$$\frac{1}{r_1} - \frac{1}{R} = \frac{\Delta V}{k_0 q} \Rightarrow \frac{1}{r_1} = \frac{1}{R} + \frac{\Delta V}{k_0 q}$$

$$\Rightarrow r_1 = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{\Delta V}{k_0 q}} = \frac{1}{\frac{k_0 q + R\Delta V}{R k_0 q}} = \frac{R k_0 q}{k_0 q + R \Delta V} =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{10} + \frac{10}{(8{,}99 \times 10^{9})(1{,}5 \times 10^{-8})}} \text{ m} = 5{,}74196\ldots \text{ m} \simeq \boxed{5{,}7 \text{ m}}$$

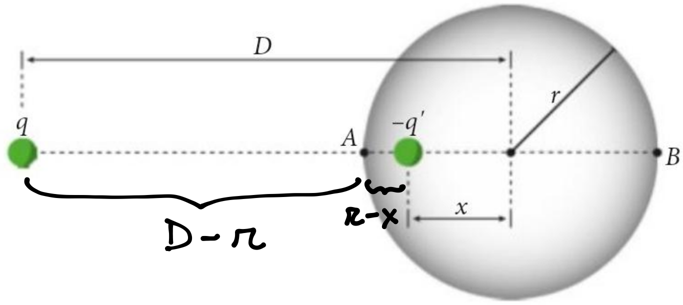
Per calcolare r_2 uguaglio le 2 espressioni di ΔV

$$\cancel{k_0 q}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{R}\right) = \cancel{k_0 q}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$\frac{1}{r_2} = \frac{2}{R} - \frac{1}{r_1} \qquad r_2 = \frac{1}{\frac{2}{R} - \frac{1}{r_1}} = \frac{1}{\frac{2}{10} - \frac{1}{5{,}74196\ldots}} \text{ m} = 38{,}69\ldots \text{ m}$$

$$\simeq \boxed{39 \text{ m}}$$

59 Una carica $q = 1{,}0 \times 10^{-9}$ C nel vuoto ha una distanza $D = 1{,}0$ m dal centro di una sfera di raggio $r = 30$ cm. Considera la retta congiungente la carica con il centro della sfera.



- A che distanza x dal centro della sfera sulla retta deve essere posta una carica negativa $-q'$ affinché il potenziale del sistema di due cariche si annulli nei punti A e B?
- Calcola il valore assoluto della carica $-q'$.

[9,0 cm ; $3{,}0 \times 10^{-10}$ C]

A)

$$V_A = k_0 \frac{q}{D-r} + k_0 \frac{-q'}{r-x} = 0$$

B)

$$V_B = k_0 \frac{q}{D+r} + k_0 \frac{-q'}{r+x} = 0$$

$$\begin{cases} \dfrac{q}{D-r} = \dfrac{q'}{r-x} \\[2ex] \dfrac{q}{D+r} = \dfrac{q'}{r+x} \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{D-r}{q} = \dfrac{r-x}{q'} \\[2ex] \dfrac{D+r}{q} = \dfrac{r+x}{q'} \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{D}{q} - \dfrac{r}{q} = \dfrac{r}{q'} - \dfrac{x}{q'} \\[2ex] \dfrac{D}{q} + \dfrac{r}{q} = \dfrac{r}{q'} + \dfrac{x}{q'} \end{cases}$$

SOMMO

$$\cancel{2}\frac{D}{q} = \cancel{2}\frac{r}{q'}$$

$$\Downarrow$$

$$q' = \frac{qr}{D} = \frac{(1{,}0 \times 10^{-9}\,\text{C})(0{,}30\,\text{m})}{1{,}0\,\text{m}} = 0{,}30 \times 10^{-9}\,\text{C} \simeq \boxed{3{,}0 \times 10^{-10}\,\text{C}}$$

$$\begin{cases} \dfrac{D}{q} - \dfrac{r}{q} = \dfrac{r}{q'} - \dfrac{x}{q'} \\[2ex] -\dfrac{D}{q} - \dfrac{r}{q} = -\dfrac{r}{q'} - \dfrac{x}{q'} \end{cases}$$

CAMBIO SEGNI

SOMMO

$$\cancel{-2}\frac{r}{q} = \cancel{-2}\frac{x}{q'}$$

$$x = \frac{q'}{q} r = \frac{(3{,}0 \times 10^{-10}\,\text{C})}{1{,}0 \times 10^{-9}\,\text{C}} (0{,}30\,\text{m}) = \boxed{9{,}0 \times 10^{-2}\,\text{m}}$$