

10 Una sfera di raggio R_1 , elettrizzata con una carica $+Q$, ha una densità superficiale di carica σ . Una seconda sfera, di raggio R_2 , elettrizzata con la stessa quantità di carica $+Q$, ha una densità superficiale di carica doppia della prima.

► Calcola il rapporto tra R_2 e R_1 .

$[\sqrt{2}/2]$

SFERA 1]

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi R_1^2}$$

SFERA 2]

$$\sigma_2 = 2\sigma$$

$$\sigma_2 = \frac{Q}{4\pi R_2^2}$$

⇓

$$2\sigma = \frac{Q}{4\pi R_2^2}$$

$$2 \frac{Q}{4\pi R_1^2} = \frac{Q}{4\pi R_2^2}$$

$$\frac{R_2^2}{R_1^2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

11 Due sfere metalliche cariche di raggio R_1 e $R_2 = R_1/4$ hanno densità superficiali di carica rispettivamente σ_1 e $\sigma_2 = 20\sigma_1$.

► Calcola il rapporto tra le cariche Q_1 e Q_2 delle due sfere. In seguito, tutta la carica della sfera 1 viene spostata sulla sfera 2 e la densità di carica superficiale diventa $\sigma'_2 = 2,0 \times 10^{-7} \text{ C/m}^2$.

► Calcola quanto valeva la carica Q_1 se $R_1 = 2,5 \text{ cm}$.

[4/5; $4,4 \times 10^{-11} \text{ C}$]

SFERA 1

$$R_1$$

$$\sigma_1$$

$$\sigma_1 = \frac{Q_1}{4\pi R_1^2}$$

SFERA 2

$$R_2 = \frac{1}{4} R_1$$

$$\sigma_2 = 20\sigma_1$$

$$\sigma_2 = \frac{Q_2}{4\pi R_2^2}$$

$$20\sigma_1 = \frac{Q_2}{4\pi \frac{R_1^2}{16}}$$

$$20 \frac{Q_1}{4\pi R_1^2} = \frac{Q_2 \cdot 16}{4\pi R_1^2}$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$$

$$\sigma'_2 = \frac{Q_2 + Q_1}{4\pi R_2^2} = \frac{\frac{5}{4}Q_1 + Q_1}{4\pi \frac{R_1^2}{16}} = \frac{Q_1 \cdot \frac{9}{4}}{\pi \frac{R_1^2}{4}} = \frac{9Q_1}{\pi R_1^2}$$

$$\Rightarrow Q_1 = \frac{\sigma'_2 \pi R_1^2}{9} = \frac{(2,0 \times 10^{-7} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}) \pi (2,5 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{9} =$$

$$= 4,363 \dots \times 10^{-11} \text{ C} \approx \boxed{4,4 \times 10^{-11} \text{ C}}$$

17 Una sfera conduttrice di raggio $R = 14 \text{ cm}$, carica e isolata, genera nel vuoto un campo elettrico che sulla sua superficie vale $E(R) = 1,5 \text{ kV/m}$.

- ▶ Calcola il potenziale sulla superficie della sfera.
- ▶ Determina la carica elettrica depositata sulla sfera.

[$2,1 \times 10^2 \text{ V}$; $3,3 \text{ nC}$]

$$E = k_0 \frac{Q}{R^2} \quad \text{campo elettrico sulla superficie della sfera}$$

$$V = k_0 \frac{Q}{R} \quad \text{potenziale (sulla superficie) della sfera}$$

⇓
(solo in questo caso)

$$V = E \cdot R$$

$$= (1,5 \times 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}}) (14 \times 10^{-2} \text{ m}) = \boxed{2,1 \times 10^2 \text{ V}}$$

$$Q = \frac{V \cdot R}{k_0} = \frac{(2,1 \times 10^2 \text{ V})(14 \times 10^{-2} \text{ m})}{8,99 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}} = 3,27 \dots \times 10^{-9} \text{ C}$$
$$\approx \boxed{3,3 \times 10^{-9} \text{ C}}$$