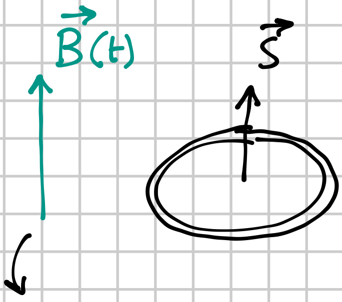
11 ◆◆◆ **CON LE DERIVATE** Una spira circolare di raggio 2,0 cm è immersa in un campo magnetico perpendicolare a essa; l'intensità del campo varia nel tempo oscillando secondo la legge $B(t) = b \cdot \cos(\omega t)$ con $\omega = 440$ rad/s. All'istante $t = 0$ s l'intensità del campo è di $3{,}2 \times 10^{-6}$ T. La direzione del campo magnetico resta sempre perpendicolare alla spira.

- Determina come varia nel tempo il modulo della circuitazione di $\vec{E}$ lungo la spira e qual è il suo valore massimo.

$\left[\left|\Gamma(\vec{E})\right| = b\omega\left|\sin(\omega t)\right|\pi r^2; 1{,}8 \times 10^{-6}\,\dfrac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{C}}\right]$



B(t) = COMPONENTE VERTICALE DEL VETTORE $\vec{B}(t)$

$$\left|\Gamma_{\mathscr{L}}(\vec{E})\right| = \left|\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}\right|$$

$$\Phi(\vec{B}) = B(t)\cdot S =$$
$$= b\cos(\omega t)\cdot \pi r^2$$

$$\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = \Phi'(\vec{B}) = -b\pi r^2\omega\sin(\omega t)$$

$$\boxed{\left|\Gamma_{\mathscr{L}}(\vec{E})\right| = b\pi r^2\omega\left|\sin(\omega t)\right|}$$

$$t = 0\,s \Rightarrow B(0) = b\cdot\underbrace{\cos(0\cdot t)}_{1} = b = 3{,}2\times 10^{-6}\ \text{T}$$

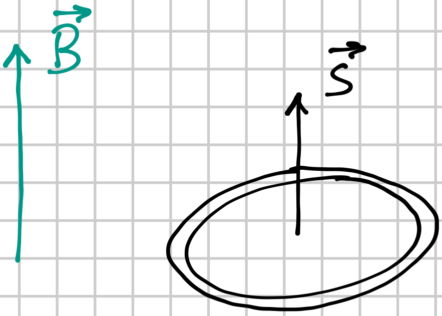
$$\left|\Gamma_{\mathscr{L}}(\vec{E})\right|_{max} \underset{\sin(\omega t)=1}{=} b\pi r^2\omega = (3{,}2\times10^{-6}\,\text{T})\,\pi\,(2{,}0\times10^{-2}\,\text{m})^2\left(440\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) =$$
$$= 17693{,}4..\times 10^{-10}\,\frac{\text{N}}{\text{C}}\cdot\text{m} \simeq \boxed{1{,}8\times10^{-6}\,\frac{\text{N}}{\text{C}}\cdot\text{m}}$$

9 ◆◆◆ **ORA PROVA TU** Una spira circolare di raggio 12 cm è concentrica a un solenoide e posta in un piano perpendicolare al suo campo di intensità iniziale pari a $1{,}0 \times 10^{-2}$ T che aumenta nel tempo al ritmo di $1{,}0 \times 10^{-3}$ T/s.

▶ Quanto vale il modulo del campo elettrico indotto lungo la spira?

Suggerimento: puoi scrivere il valore del campo magnetico come funzione del tempo, cioè $B(t) = B_0 + (1{,}0 \times 10^{-3}\ \mathrm{T/s})\, t$.

$\left[6{,}0 \times 10^{-5}\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}\right]$



$B_0 = 1{,}0 \times 10^{-2}\ \mathrm{T}$

dopo 1 s $\quad B = B_0 + 1{,}0 \times 10^{-3}\ \mathrm{T}$

dopo 2 s $\quad B = B_0 + (1{,}0 \times 10^{-3}\ \mathrm{T}) \cdot 2$

....

dopo un tempo t $\quad \underset{B(t)}{B} = B_0 + \left(1{,}0 \times 10^{-3}\ \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{s}}\right) t$

all'istante t

$$\Phi(\vec{B}) = S\,B(t)$$

$$\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = S\frac{dB}{dt} = S\,B'(t) = S \cdot \left(1{,}0 \times 10^{-3}\ \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{s}}\right) = \underbrace{(12 \times 10^{-2}\ \mathrm{m})^2}_{r^2} \pi \left(1{,}0 \times 10^{-3}\ \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{s}}\right)$$

$$\Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{E}) = \oint_{\mathcal{L}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = E \oint_{\mathcal{L}} dl = E\, 2\pi r$$

IN MODULO

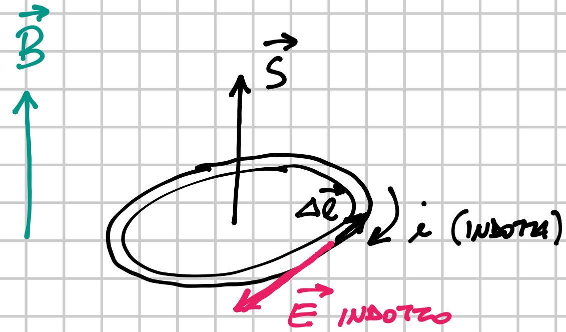
$$E\, 2\cancel{\pi}\cancel{r} = r^{\cancel{2}}\cancel{\pi}\left(1{,}0 \times 10^{-3}\ \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{s}}\right)$$

$$E = \frac{r\,(1{,}0 \times 10^{-3}\ \mathrm{T/s})}{2} = \frac{(12 \times 10^{-2}\ \mathrm{m})(1{,}0 \times 10^{-3}\ \mathrm{T/s})}{2} = \boxed{6{,}0 \times 10^{-5}\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}}$$

7 ◆◆◆ Una spira circolare di raggio 12 cm è immersa in un campo magnetico uniforme di intensità $B_1 = 1{,}2 \times 10^{-6}$ T perpendicolare alla sua superficie. Il modulo del campo magnetico viene progressivamente aumentato fino al valore di $B_f = 8{,}4 \times 10^{-6}$ T e nel processo viene indotto nella spira un campo elettrico con modulo di valore medio $2{,}2 \times 10^{-8}$ N/C.

▶ In quale intervallo di tempo è avvenuta la variazione di intensità del campo magnetico per ottenere questo campo elettrico medio?

[$\Delta t = 20$ s]



$$\Gamma_{\mathscr{L}}(\vec{E}) = -\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t} \xrightarrow{\text{IN MODULO}} |\Gamma_{\mathscr{L}}(\vec{E})| = \left|\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t}\right|$$

SI PUÒ ANCHE SCRIVERE $\oint_{\mathscr{L}} E\,d\ell$

$$\sum_{\mathscr{L}} E\Delta\ell = \frac{S(B_f - B_i)}{\Delta t}$$

$$E\underbrace{\sum_{\mathscr{L}}\Delta\ell}_{2\pi r} = \frac{\pi r^2 (B_f - B_i)}{\Delta t}$$

$$E \cdot 2\cancel{\pi r} = \frac{\cancel{\pi r^2}(B_f - B_i)}{\Delta t}$$

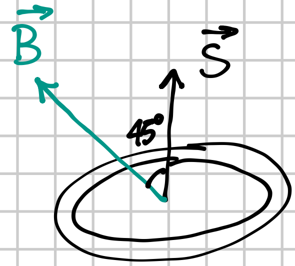
$$\Delta t = \frac{r(B_f - B_i)}{2E} = \frac{(12\times 10^{-2}\ \text{m})[(8{,}4 - 1{,}2)\times 10^{-6}\ \text{T}]}{2\left(2{,}2\times 10^{-8}\ \frac{\text{N}}{\text{C}}\right)} =$$

$$= 19{,}63\ldots\ \text{s} \simeq \boxed{20\ \text{s}}$$

10 ◆◆◆ **CON LE DERIVATE** Una spira circolare si trova immersa in un campo magnetico uniforme inclinato di 45° rispetto al suo asse. La spira ha un raggio di $7{,}4 \times 10^{-4}$ m e il modulo del campo magnetico varia secondo la legge $B(t) = b_0 t^2$ con $b_0 = 5{,}0 \times 10^{-6}\ \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{s}^2}$.

- ▶ Determina il modulo della circuitazione del campo elettrico al variare del tempo lungo un cammino che coincide con la spira circolare.
- ▶ Determina il modulo del campo elettrico indotto all'istante $t = 2{,}0$ s.

$$\left[\left(1{,}2 \times 10^{-11}\ \frac{m^2 T}{s^2}\right)t;\ 5{,}2 \times 10^{-9}\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}\right]$$



$$\Phi(\vec{B}) = B(t) \cdot S \cdot \cos 45°$$

$$\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = \frac{S\sqrt{2}}{2} B'(t) = \frac{S\sqrt{2}}{\cancel{2}} \cancel{2} b_0 t = \sqrt{2}\pi r^2 b_0 t$$

$$\left|\Gamma_\gamma(\vec{E})\right| = \sqrt{2}\pi(7{,}4 \times 10^{-4}\ m)^2 \left(5{,}0 \times 10^{-6}\ \frac{T}{s^2}\right) t =$$

$$= \left(1216{,}46\ldots \times 10^{-14}\ \frac{m^2 T}{s^2}\right) t \simeq \boxed{\left(1{,}2 \times 10^{-11}\ \frac{m^2 T}{s^2}\right) t}$$

$$\underbrace{\oint_\gamma E\, dl}_{E \cdot 2\pi r} = \sqrt{2}\pi r^2 b_0 t$$

$$E = \frac{\sqrt{2}\, r\, b_0\, t}{2} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}(7{,}4 \times 10^{-4}\ m)\left(5{,}0 \times 10^{-6}\ \frac{T}{s^2}\right)(2{,}0\ s)}{2} =$$

$$= 52{,}325\ldots \times 10^{-10}\ \frac{N}{C}$$

$$\simeq \boxed{5{,}2 \times 10^{-9}\ \frac{N}{C}}$$