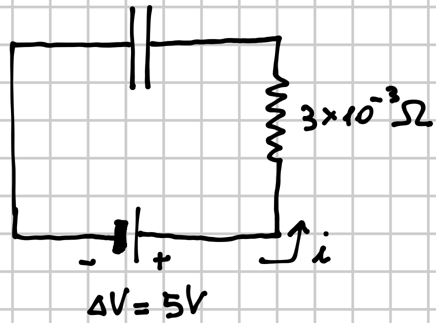
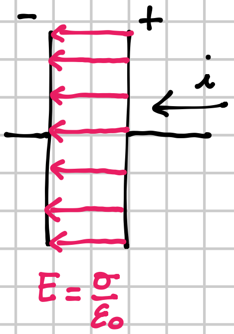
12 ★★★ Un condensatore a facce piane e parallele è inserito in un circuito con una resistenza totale di $3 \times 10^{-3}\ \Omega$. All'istante $t = 0$ s, l'interruttore viene chiuso e una batteria alimenta il circuito con una tensione continua di 5 V. Dopo $2{,}1 \times 10^{-4}$ s la corrente cessa di circolare.

▶ Determina l'intensità della corrente di spostamento media tra le armature.

[2×10^3 A]





$$i = \frac{\Delta V}{R} = \frac{5\,V}{3 \times 10^{-3}\,\Omega} = 1{,}\bar{6} \times 10^3\,A \simeq 2 \times 10^3\,A$$

$$\sigma = \frac{Q}{S}$$

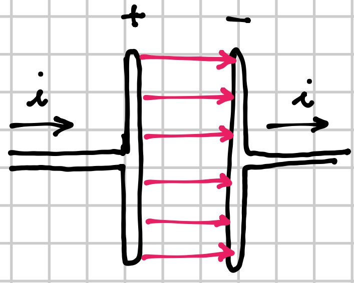
$$\Phi(\vec{E}) = E \cdot S = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot S = \frac{Q}{\cancel{S} \cdot \varepsilon_0} \cdot \cancel{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$i_S = \varepsilon_0 \frac{d\,\Phi(\vec{E})}{dt} = \varepsilon_0 \left(\frac{Q}{\varepsilon_0}\right)' = \frac{\cancel{\varepsilon_0}}{\cancel{\varepsilon_0}} \frac{dQ}{dt} = i = \boxed{2 \times 10^3\,A}$$

15 ◆◆◆ **ORA PROVA TU** Tra le armature di un condensatore piano c'è il vuoto e ogni armatura circolare ha un'area di 15,5 cm^2. La densità superficiale di carica sull'armatura positiva del condensatore passa da $4{,}20 \times 10^{-6}$ C/m^2 a $4{,}90 \times 10^{-6}$ C/m^2 in $1{,}50 \times 10^{-2}$ s.

- Determina il valore della corrente di spostamento tra le armature del condensatore.
- Quanto vale la circuitazione del campo magnetico indotto lungo un cammino che è il contorno di una superficie circolare interna al condensatore uguale a quella delle armature e parallela a esse?

[$7{,}2 \times 10^{-8}$ A; $9{,}1 \times 10^{-14}$ N/A]



$E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$ ↓ dipende dal tempo

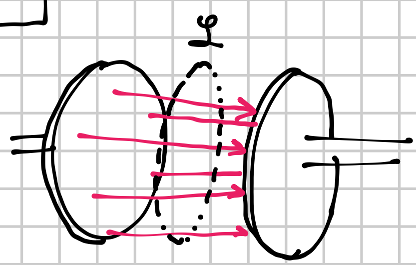
$$\frac{\Delta \Phi(\vec{E})}{\Delta t} \simeq \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}$$

perché $\Delta t = 1{,}50 \times 10^{-2}$ s (abbastanza "piccolo")

$$i_s = \varepsilon_0 \frac{\Delta \Phi(\vec{E})}{\Delta t} = \varepsilon_0 \frac{E_2 S - E_1 S}{\Delta t} =$$

$$= \varepsilon_0 \frac{S\left(\frac{\sigma_2}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0}\right)}{\Delta t} = \frac{S}{\Delta t}(\sigma_2 - \sigma_1) = \frac{(15{,}5 \times 10^{-4}\,\mathrm{m}^2)}{1{,}50 \times 10^{-2}\,\mathrm{s}}\left[(4{,}90 - 4{,}20) \times 10^{-6}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}^2}\right] =$$

$$= 7{,}2333\ldots \times 10^{-8}\,\mathrm{A} \simeq \boxed{7{,}23 \times 10^{-8}\,\mathrm{A}}$$



$$\Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{B}) = \oint_{\mathcal{L}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_s = \left(4\pi \times 10^{-7}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2}\right)\left(7{,}2333\ldots \times 10^{-8}\,\mathrm{A}\right) =$$

$$= 90{,}896\ldots \times 10^{-15}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}} \simeq \boxed{9{,}09 \times 10^{-14}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}}}$$

22 Un condensatore ad armature piane circolari di raggio 2,2 cm ha come dielettrico il vuoto. La densità di carica dell'armatura negativa passa da $3{,}2 \cdot 10^{-4}$ C/m^2 a $2{,}3 \cdot 10^{-4}$ C/m^2 in un intervallo di 10 μs.

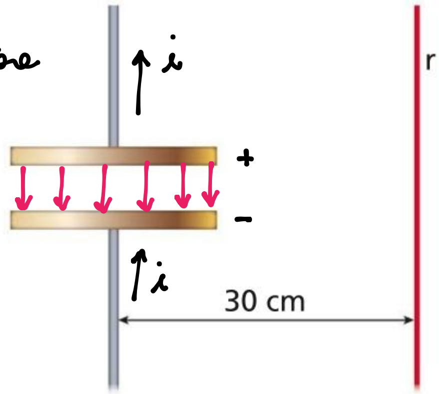
▶ Qual è il valore della corrente di spostamento tra le armature?

▶ Determina il modulo del campo magnetico $\vec{B}$ a una distanza di 30 cm dal filo che porta la corrente all'armatura superiore del condensatore.

▶ Il valore del campo magnetico cambia spostandosi lungo la retta r indicata in figura?

[14 mA; $9{,}1 \cdot 10^{-9}$ T; no]

il condensatore si sta scaricando



1)

$$\varepsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt} \simeq \varepsilon_0 \frac{\left(\frac{\sigma_2}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0}\right) S}{\Delta t} =$$

IN MODULO

$$= \frac{(\sigma_2 - \sigma_1) S}{\Delta t} =$$

$$= \frac{\left[(3{,}2 - 2{,}3) \times 10^{-4} \frac{C}{m^2}\right]\left[\pi \left(2{,}2 \times 10^{-2} m\right)^2\right]}{10 \times 10^{-6} s}$$

$$= 1{,}3684... \times 10^{-2} A \simeq \boxed{14 \, mA}$$

2) Applico la legge di BIOT-SAVART

$$\boxed{B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i}{d}}$$

$i = i_S$

i è uguale alla corrente di spostamento

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{13{,}684 \times 10^{-3} A}{30 \times 10^{-2} m} = \left(2 \times 10^{-7} \frac{N}{A^2}\right) \frac{13{,}6... \times 10^{-3} A}{30 \times 10^{-2} m}$$

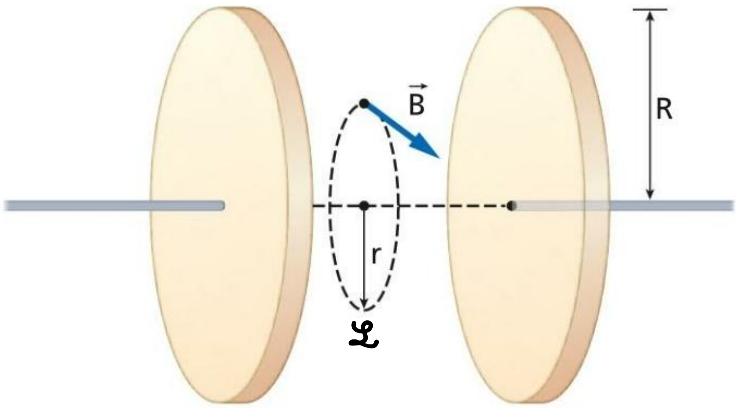
$$= 0{,}9123... \times 10^{-8} \, T$$

$$\simeq \boxed{9{,}1 \times 10^{-9} \, T}$$

3) NO, muovendosi lungo la retta, anche in corrispondenza del condensatore, il campo magnetico non varia → V. ES. SUCCESSIVO

24 Un condensatore piano ha armature circolari con raggio $R = 0{,}12$ m. In un dato istante, il tasso di variazione del campo elettrico al suo interno vale $\Delta E/\Delta t = 5{,}5 \cdot 10^{10}$ V/(m·s).

▶ Che valore ha l'intensità del campo magnetico in un punto a una distanza $r = 7{,}5$ cm dall'asse del condensatore? [$2{,}3 \cdot 10^{-8}$ T]



$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left[i + \varepsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt} \right]$$

$$\Downarrow$$

$$\oint_{\mathcal{L}} B \, dl = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}$$

$$\Phi(\vec{E}) = E \cdot S = E \cdot \pi r^2$$

superficie delimitata da $\mathcal{L}$

$$\frac{d\Phi(\vec{E})}{dt} = \pi r^2 \frac{dE}{dt}$$

$$B \underbrace{\oint_{\mathcal{L}} dl}_{2\pi r} = \mu_0 \varepsilon_0 \pi r^2 \frac{dE}{dt}$$

$$B \cdot 2\cancel{\pi}\cancel{r} = \mu_0 \varepsilon_0 \cancel{\pi} r^{\cancel{2}} \frac{dE}{dt}$$

$$B = \frac{\mu_0 \varepsilon_0 r}{2} \frac{dE}{dt} =$$

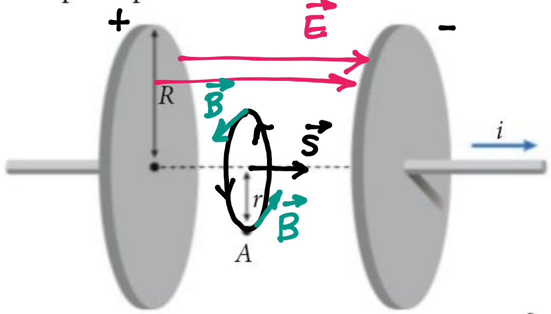
$$= \frac{\left(4\pi \times 10^{-7} \frac{N}{A^2}\right)\left(8{,}854 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}\right)\left(7{,}5 \times 10^{-2} m\right)}{2} \left(5{,}5 \times 10^{10} \frac{N}{C \cdot s}\right) =$$

$$= 2294{,}7\ldots \times 10^{-11} T \simeq \boxed{2{,}3 \times 10^{-8} \; T}$$

19 ◆◆◆ **TROVA LA FORMULA** Il condensatore a facce piane parallele e circolari della figura ha il raggio delle armature pari a R ed è collegato a un generatore di corrente che fa circolare una corrente di intensità i. Il punto A si trova all'interno del condensatore a una distanza r dal suo asse, come mostra la figura.

- Determina il modulo e la direzione del campo magnetico prodotto nel punto A.

Suggerimento: considera come cammino chiuso una circonferenza su un piano parallelo alle facce del condensatore.



[$\mu_0 ir/2\pi R^2$]

$\vec{B}$ INDOTTO è perpendicolare al campo elettrico, parallelo alle armature del condensatore e le sue linee di forza sono circonferenze perpendicolari all'asse del condensatore e con il centro su tale asse

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad \sigma = \frac{Q}{S_c} = \frac{\overset{\text{varia nel tempo}}{Q}}{\pi R^2}$$

S_c: superficie dell'armatura del condensatore

$$\Phi(\vec{E}) = \vec{E}\cdot\vec{S} = E\underset{\text{superficie delimitata da }\mathcal{L}}{S} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\pi r^2 = \frac{Q}{\cancel{\pi} R^2 \varepsilon_0}\cancel{\pi} r^2 = \frac{Q r^2}{R^2 \varepsilon_0}$$

$$\frac{d\Phi(\vec{E})}{dt} = \frac{r^2}{R^2\varepsilon_0}\frac{dQ}{dt} = \frac{r^2}{R^2\varepsilon_0} i$$

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \cancel{\varepsilon_0} \frac{r^2}{R^2 \cancel{\varepsilon_0}} i$$

$$B\cdot 2\pi \cancel{r} = \mu_0 \frac{r^{\cancel{2}}}{R^2} i \implies B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{r}{R^2} i$$

In definitiva

$$\underset{\text{distanza dall'asse}}{B(r)} = \begin{cases} \dfrac{\mu_0}{2\pi}\dfrac{r}{R^2} i & 0 \le r \le R \\[2ex] \dfrac{\mu_0}{2\pi}\dfrac{i}{r} & r \ge R \end{cases}$$

LEGGE DI BIOT-SAVART (vale al di fuori del condensatore)