38 ◆◆◆ Un osservatore A vede in movimento a velocità costante $v = 0{,}22c$ un secondo osservatore B. Per l'osservatore A, l'orologio di B segna che sono trascorsi 46 s.

▶ Quanto tempo è trascorso secondo l'orologio di A?

[47 s]

$$\Delta t' = \gamma \Delta t = \frac{1}{\sqrt{1-(0{,}22)^2}}(46\ s) = 47{,}15\ldots\ s \simeq \boxed{47\ s}$$

$$\beta = \frac{v}{c} = 0{,}22$$

50 ◆◆◆ A che velocità deve muoversi un oggetto affinché la sua lunghezza si riduca della metà? [$(\sqrt{3}/2)c$]

$$\left.\begin{array}{l} \Delta x' = \frac{1}{2}\Delta x \\ \Delta x' = \frac{1}{\gamma}\Delta x \end{array}\right| \Rightarrow \quad \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \gamma = 2$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 2$$

$$\sqrt{1-\beta^2} = \frac{1}{2}$$

$$1-\beta^2 = \frac{1}{4}$$

$$\beta^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{v}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \boxed{v = \frac{\sqrt{3}}{2}c}$$

36 ◆◆◆ **ORA PROVA TU** In un acceleratore, una particella elementare viaggia a una velocità relativistica tale da «allungare» la sua vita media del 30%.

▶ Calcola di quanto deve aumentare, in percentuale, la velocità della particella affinché l'allungamento della sua vita media sia del 60% anziché del 30%. [22%]

$$\underbrace{\Delta t'}_{\text{TEMPO DI VITA AUMENTATO}} = 1{,}3\,\underbrace{\Delta t}_{\text{TEMPO PROPRIO DELLA PARTICELLA}}$$

$$\gamma = 1{,}3$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1{,}3$$

$$1-\beta^2 = \frac{1}{(1{,}3)^2} \qquad \beta^2 = 1 - \frac{1}{(1{,}3)^2}$$

$$\beta = \sqrt{\frac{(1{,}3)^2 - 1}{(1{,}3)^2}}$$

VELOCITÀ INIZIALE DELLA PARTICELLA $\quad v = \dfrac{\sqrt{(1{,}3)^2-1}}{1{,}3}\,c$

La velocità per aumentare la vita media del 60% è, con gli stessi passaggi:

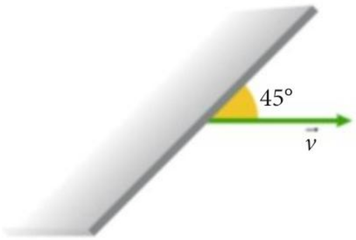
$$v' = \frac{\sqrt{(1{,}6)^2-1}}{1{,}6}\,c$$

AUMENTO PERCENTUALE $\quad \dfrac{v'-v}{v} \times 100\% = \left(\dfrac{v'}{v} - 1\right) \times 100\% =$

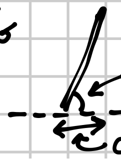
$$= \left(\frac{\frac{\sqrt{(1{,}6)^2-1}}{1{,}6}\cancel{c}}{\frac{\sqrt{(1{,}3)^2-1}}{1{,}3}\cancel{c}} - 1 \right) \times 100\% = \left(\sqrt{\frac{(1{,}6)^2-1}{(1{,}3)^2-1}} \cdot \frac{1{,}3}{1{,}6} - 1 \right) \times 100\% =$$

$$= 22{,}169\ldots\,\% \simeq \boxed{22\,\%}$$

44 ◆◆◆ **FERMATI A PENSARE** Un'asta di lunghezza a riposo L_0 si muove a velocità relativistica v costante e forma un angolo di 45° con la direzione del moto, quando osservata nel sistema di riferimento S, come mostrato nella figura.

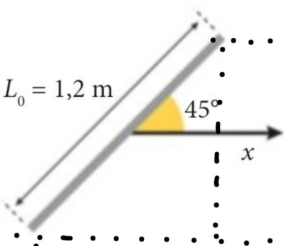


Un osservatore, fermo in S, misura la lunghezza dell'asta. Ottiene L_0? NO, l'asta si contrae solo nella direzione orizzontale del moto, risultando



VEDI ES. SUCCESSIVO

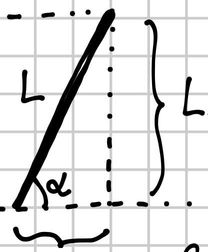
97 ◆◆◆ Un'asta di lunghezza a riposo $L_0 = 1{,}2$ m si muove a velocità $v = 0{,}60c$ nella direzione x rispetto a un sistema di riferimento S. Nel sistema di riferimento solidale con l'asta, questa forma un angolo di 45° con la direzione orizzontale, come mostrato nella figura.



$L_0 \cos 45°$

▸ Determina l'angolo di inclinazione dell'asta nel sistema di riferimento S. [51°]

Nel sistema di rif. S



$L_0 \sin 45° = L \sin\alpha$

$L\cos\alpha = b$

$$\Downarrow$$

$$(L\cos\alpha)\cdot\tan\alpha = L_0 \sin 45°$$

$$b = \frac{L_0 \cos 45°}{\gamma}$$ perché b è la contrazione di $L_0 \cos 45°$

$$\frac{\cancel{L_0}\,\cancel{\cos 45°}}{\gamma}\cdot\tan\alpha = \cancel{L_0}\,\cancel{\sin 45°}$$

$$\Downarrow$$

$$\tan\alpha = \gamma$$

$$\alpha = \arctan\gamma = \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\right) =$$

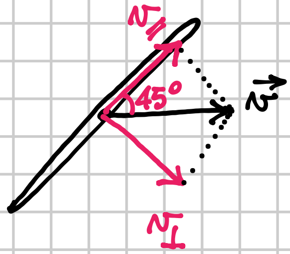
$\beta = 0{,}60$

$$= \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{1-(0{,}60)^2}}\right) = 51{,}34\ldots° \simeq \boxed{51°}$$

Se volessi trovare L, cioè la lunghezza della sbarra nel sist. di rif. S

$$L_0 \sin 45° = L\sin\alpha \Rightarrow L = \frac{L_0 \sin 45°}{\sin\alpha} = \frac{(1{,}2\ \text{m})\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sin(51{,}34\ldots°)} = 1{,}086\ldots\ \text{m} \simeq \boxed{1{,}1\ \text{m}}$$

OSSERVAZIONE



$\vec{v} = \vec{v}_{//} + \vec{v}_{\perp}$

il movimento della sbarra è la composizione di 2 moti, uno perpendicolare (che non dà contrazione) e uno parallelo (che dà contrazione)

Calcoliamo la contrazione dovuta a $\vec{v}_{//}$

$$v_{//} = v \cdot \cos 45^\circ = v \frac{\sqrt{2}}{2} = 0{,}30\sqrt{2}\, c$$

$$L = \frac{L_0}{\gamma} = \frac{L_0}{\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}} = L_0\sqrt{1-\beta^2} = (1{,}2\ m)\sqrt{1-(0{,}30\sqrt{2})^2} =$$

$$= 1{,}086\ldots\ m \simeq \boxed{1{,}1\ m}$$

lo STESSO RISULTATO DI PRIMA!!