73 ◆◆◆ **ORA PROVA TU** Due sistemi di riferimento inerziali in una dimensione S e S' hanno gli assi coordinati equiversi e le loro origini coincidono agli istanti $t = t' = 0$ s, quando una particella parte dall'origine O di S e, sempre in S, raggiunge la posizione $x = 1{,}90$ m all'istante t. La velocità di S' rispetto a S è $v = 1{,}13 \times 10^8$ m/s e la velocità della particella misurata nel sistema S' è $u' = 1{,}48 \times 10^8$ m/s.

▶ Calcola il valore dell'istante t e la velocità u della particella nel sistema S.

[$8{,}63 \times 10^{-9}$ s; $2{,}20 \times 10^8$ m/s]

$v = 1{,}13 \times 10^8 \ \frac{m}{s}$

S	S'
$x = 1{,}90$ m	$x' = u't'$
t	$t' = \gamma\left(t - \frac{\beta}{c}x\right)$

$$x' = u't' = u'\gamma\left(t - \frac{\beta}{c}x\right) \qquad x' = \gamma(x - vt)$$

$$u'\cancel{\gamma}\left(t - \frac{\beta}{c}x\right) = \cancel{\gamma}(x - vt)$$

$$t - \frac{\beta}{c}x = \frac{x}{u'} - \frac{v}{u'}t$$

$$t + \frac{v}{u'}t = \frac{\beta}{c}x + \frac{x}{u'} \qquad t\left(1 + \frac{v}{u'}\right) = \left(\frac{\beta}{c} + \frac{1}{u'}\right)x$$

$$t = \frac{\left(\frac{\beta}{c} + \frac{1}{u'}\right)x}{1 + \frac{v}{u'}} = \frac{\left(\frac{v}{c^2} + \frac{1}{u'}\right)x}{1 + \frac{v}{u'}} = \frac{\left(\frac{1{,}13 \times 10^8}{9{,}0 \times 10^{16}} + \frac{1}{1{,}48 \times 10^8}\right)1{,}90}{1 + \frac{1{,}13 \times \cancel{10^8}}{1{,}48 \times \cancel{10^8}}}\ s =$$

$$= \frac{\left(\frac{1{,}13}{9{,}0} + \frac{1}{1{,}48}\right)(1{,}90)}{1 + \frac{1{,}13}{1{,}48}} \times 10^{-8}\ s = 0{,}8632\ldots \times 10^{-8}\ s \simeq \boxed{8{,}63 \times 10^{-9}\ s}$$

$$u = \frac{x}{t} = \frac{1{,}90\ m}{0{,}8632\ldots \times 10^{-8}\ s} = 2{,}201\ldots \times 10^8\ \frac{m}{s} \simeq \boxed{2{,}20 \times 10^8\ \frac{m}{s}}$$

vel. in S

1 In un acceleratore, in una collisione tra protoni e antiprotoni, viene creata una particella che percorre la distanza $d = 78{,}0$ m in un intervallo di tempo $\Delta t = 1{,}20\ \mu s$, prima di decadere producendo altre particelle.

▶ Calcola il tempo di vita medio proprio della particella (cioè, il tempo di vita medio nel sistema di riferimento solidale con la particella).

[1,17 µs]

TEMPO DI VITA MEDIO PROPRIO $= \dfrac{\Delta t}{\gamma} = \sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}\ \Delta t =$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{d^2}{\Delta t^2 c^2}}\ \Delta t =$$

$$v = \frac{d}{\Delta t}$$

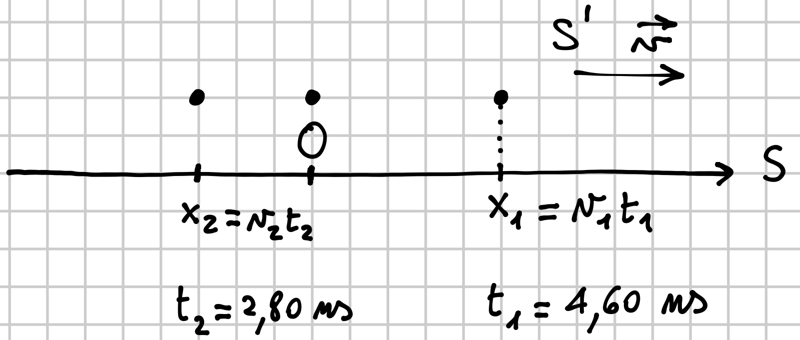
$$= \sqrt{1 - \frac{(78{,}0)^2}{(1{,}20)^2 \times 10^{-12} \times (3{,}00)^2 \times 10^{16}}}\ (1{,}20\ \mu s)$$

$$= 1{,}1714\ldots\ \mu s \simeq \boxed{1{,}17\ \mu s}$$

2 In un acceleratore, un urto tra un protone e un antiprotone crea diverse particelle: una di queste si muove, rispetto al sistema di riferimento dell'acceleratore, con velocità $v_1 = 1{,}5 \times 10^8$ m/s per un tempo $\Delta t_1 = 4{,}60$ ns, prima di decadere in altre particelle; una seconda particella, creata nello stesso punto e allo stesso istante della prima, si muove in verso opposto alla prima con velocità $v_2 = -0{,}75 \times 10^8$ m/s e per un tempo $\Delta t_2 = 2{,}80$ ns, prima di decadere in altre particelle.

▶ Determina la velocità, rispetto al sistema di riferimento del laboratorio, del sistema di riferimento in cui i decadimenti delle due particelle sono simultanei.

[$1{,}8 \times 10^8$ m/s]



v = velocità del S.R.I. in cui i due eventi sono simultanei.
È positiva (S si muove risp. a S' verso l'evento 2, che accade prima)

$$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{\beta}{c}\Delta x\right) \Rightarrow \cancel{\gamma}\left(\Delta t - \frac{\beta}{c}\Delta x\right) = 0$$

$\Delta t' = 0$ perché in S' i 2 eventi sono simultanei

$\Delta x = x_1 - x_2$

$\Delta t = t_1 - t_2$

$$\Delta t - \frac{\beta}{c}\Delta x = 0 \Rightarrow \frac{\beta}{c}\Delta x = \Delta t \qquad \frac{v}{c^2}\Delta x = \Delta t$$

$$v = \frac{c^2 \Delta t}{\Delta x} = \frac{c^2 (t_1 - t_2)}{x_1 - x_2} = \frac{c^2 (t_1 - t_2)}{v_1 t_1 - v_2 t_2} =$$

$$= \frac{(9{,}00 \times 10^{16})(4{,}60 - 2{,}80) \times \cancel{10^{-9}}}{(1{,}5 \times 10^8)(4{,}60 \times \cancel{10^{-9}}) - (-0{,}75 \times 10^8)(2{,}80 \times \cancel{10^{-9}})} \frac{m}{s} =$$

$$= \boxed{1{,}8 \times 10^8 \frac{m}{s}}$$