

Il muone è una particella con la stessa carica dell'elettrone, ma massa circa 200 volte maggiore; il muone è instabile e ha un tempo di vita medio $\tau_0 = 2,2 \mu\text{s}$ nel sistema di riferimento in cui è a riposo, prima di decadere dando luogo ad altre particelle. In relazione a un sistema di riferimento fisso rispetto al terreno, il tempo di vita medio τ del muone risulta maggiore a causa del fenomeno della dilatazione temporale.

► Mostra che la velocità del muone può essere espressa in funzione delle vite medie τ_0 e τ :

$$v = c \sqrt{1 - \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^2}$$

$\tau_0 =$ TEMPO PROPRIO
(DI VITA MEDIA DEL MUONE)

$$\tau = \gamma \tau_0$$

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tau_0$$

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{\tau_0}{\tau}$$

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^2$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^2$$

$$v^2 = \left[1 - \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^2\right] c^2 \Rightarrow v = c \sqrt{1 - \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^2}$$

► Mostra che l'espressione ricavata vale qualsiasi sia il tempo di vita medio misurato nel sistema di riferimento solidale con il terreno; a quale valore tende la velocità quando la vita media del muone è molto maggiore di τ_0 ?

τ_0 , essendo TEMPO PROPRIO, è il più piccolo intervallo di tempo misurabile in un S.R.I. Quindi $\tau_0 < \tau$ per qualsiasi τ . Dunque $\frac{\tau_0}{\tau} < 1$ e l'espressione di v vale sempre.

$\tau \gg \tau_0$ si traduce matematicamente in $\frac{\tau_0}{\tau} \rightarrow 0$

$$\lim_{\frac{\tau_0}{\tau} \rightarrow 0} v = c$$

- Calcola la distanza percorsa da un muone che decade dopo $4,6 \mu\text{s}$, secondo il sistema S solidale con la Terra.

DISTANZA PERCORSA
(S.R. S DELLA TERRA)

$$d = N \tau = c \sqrt{1 - \left(\frac{v_0}{c}\right)^2} \tau =$$

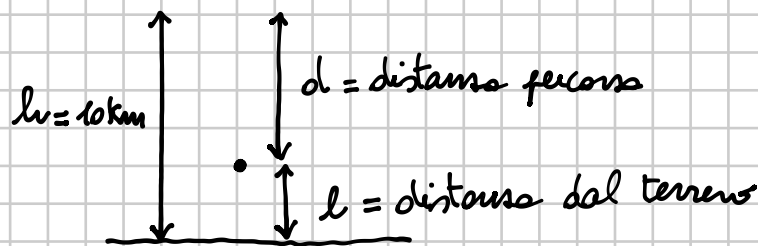
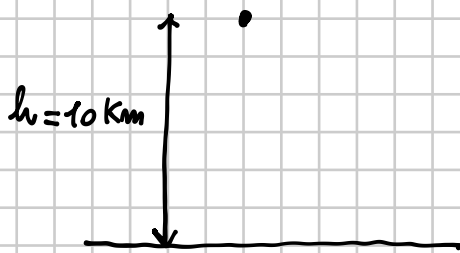
$$= c \sqrt{\frac{\tau^2 - \tau_0^2}{\tau^2}} \cdot \tau = \frac{c}{\gamma} \sqrt{\tau^2 - \tau_0^2} \cdot \tau =$$

$$= c \sqrt{\tau^2 - \tau_0^2} = \left(3,0 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \sqrt{(4,6)^2 - (2,2)^2} \times 10^{-6} \text{ s}$$

$$= 12,11... \times 10^2 \text{ m} \approx \boxed{1,2 \text{ km}}$$

- Supponi che il muone sia creato a distanza $h = 10 \text{ km}$ dal suolo e sia diretto verso di esso a velocità $v_0 = 0,95c$, secondo il sistema di riferimento solidale con il terreno. Nel sistema di riferimento del muone, qual è la distanza dal suolo del muone nel momento in cui decade?

[c; 1,2 km; 2,5 km]



$$l = \frac{h_0}{\gamma} - d'$$

$\frac{h_0}{\gamma}$: distanza contratta dal punto di produzione al suolo (nel S.R.I. del muone)
 d' : distanza percorsa dal muone nel suo S.R.I.
 $\beta = \frac{v_0}{c} = 0,95$

$$l = \sqrt{1 - \beta^2} \cdot h_0 - v_0 \tau_0 =$$

$$= \sqrt{1 - (0,95)^2} \cdot (10 \text{ km}) - (0,95c)(2,2 \mu\text{s}) =$$

$$= \sqrt{1 - (0,95)^2} \cdot (10 \text{ km}) - (0,95) \left(3,0 \times 10^5 \frac{\text{km}}{\text{s}}\right) (2,2 \times 10^{-6} \text{ s}) =$$

$$= 2,4954... \text{ km} \approx \boxed{2,5 \text{ km}}$$

I muoni sono particelle elementari instabili che decadono in altre particelle, e hanno tempo di dimezzamento $\tau = 2,20 \mu\text{s}$ nel sistema di riferimento in cui sono a riposo. I muoni vengono prodotti in abbondanza nelle regioni superiori dell'atmosfera dalla collisione tra i raggi cosmici (radiazione proveniente dallo spazio) e le molecole d'aria. Un muone è prodotto all'altezza $h = 12 \text{ km}$ dalla superficie terrestre, con velocità $v = 0,98 c$ e diretto verso il suolo. Ad altezza $h' = 10 \text{ km}$ dal suolo è posto un rivelatore di muoni.

- ▶ Calcola la distanza percorsa in media dal muone prima di decadere, secondo le leggi della fisica classica.
- ▶ Calcola la distanza percorsa in media dal muone prima di decadere, nel sistema di riferimento della Terra, secondo le leggi della relatività ristretta.
- ▶ Il muone giunge al rivelatore?

[$6,5 \times 10^2 \text{ m}$; $3,3 \times 10^3 \text{ m}$; sì]

1) Secondo la fisica classica la distanza percorsa dal muone è

$$\begin{aligned} d &= v\tau = (0,98c)(2,20 \mu\text{s}) = \\ &= (0,98)(3,0 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})(2,20 \times 10^{-6} \text{s}) = \\ &= 6,468 \times 10^2 \text{ m} \approx \boxed{6,5 \times 10^2 \text{ m}} \end{aligned}$$

2) Nel S.R.I. terrestre, il tempo di vita del muone è $\gamma\tau$, quindi, secondo le leggi della relatività, la distanza percorsa (nel S.R.I. terrestre) è

$$\begin{aligned} d &= v\gamma\tau = \frac{1}{\sqrt{1-(0,98)^2}} (6,468 \times 10^2 \text{ m}) = \\ \gamma &= \frac{1}{\sqrt{1-(0,98)^2}} \quad \uparrow \quad v\tau \text{ calcolato prima} \\ \beta &= 0,98 \quad \quad \quad = 32,5029 \dots \times 10^2 \text{ m} \approx \boxed{3,3 \times 10^3 \text{ m}} \end{aligned}$$

3) Sì, perché percorrere una distanza superiore a 2 km (differenza fra la posizione del rivelatore e la posizione iniziale del muone)

17 Considera nuovamente la situazione del problema precedente.

- Spiega il risultato relativistico, e in particolare il raggiungimento del rivelatore, mettendoti nel sistema di riferimento solidale con il muone.

Nel S.R.I. del muone il tempo di vita è $\tau = 2,20 \mu s$,
ma la distanza da percorrere è contratta.

Nel S.R.I. terrestre la distanza è $d = 2 \text{ Km}$, ma nel S.R.I.
del muone tale distanza è

$$d' = \frac{d}{\gamma} = \sqrt{1 - \beta^2} \cdot d = \\ = \sqrt{1 - (0,98)^2} \cdot 2 \text{ Km} = 0,397994 \dots \text{ Km} \approx 400 \text{ m}$$

Nel suo tempo di vita il muone percorre la distanza

$$v\tau = (0,98c)(2,20 \mu s) = \dots \approx 650 \text{ m} > 400 \text{ m}$$

↑
come prima

quindi il muone
arriva al rivelatore