19/9/2023

Calcolare l'inversa

432 $f(x) = 2\arcsin(1-x)$ $\left[f^{-1}(x) = 1 - \sin\frac{x}{2}\right]$

Il dominio è tale che $-1 \leq 1-x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq x \leq 2$

L'insieme immagine di $\arcsin(x)$ è $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, dunque l'insieme immagine di f è $[-\pi, \pi]$

$f: [0,2] \longrightarrow [-\pi, \pi]$ $\quad f(x) = 2\arcsin(1-x)$

$$y = 2\arcsin(1-x)$$

$$\frac{y}{2} = \arcsin(1-x)$$

$$\sin\frac{y}{2} = 1-x$$

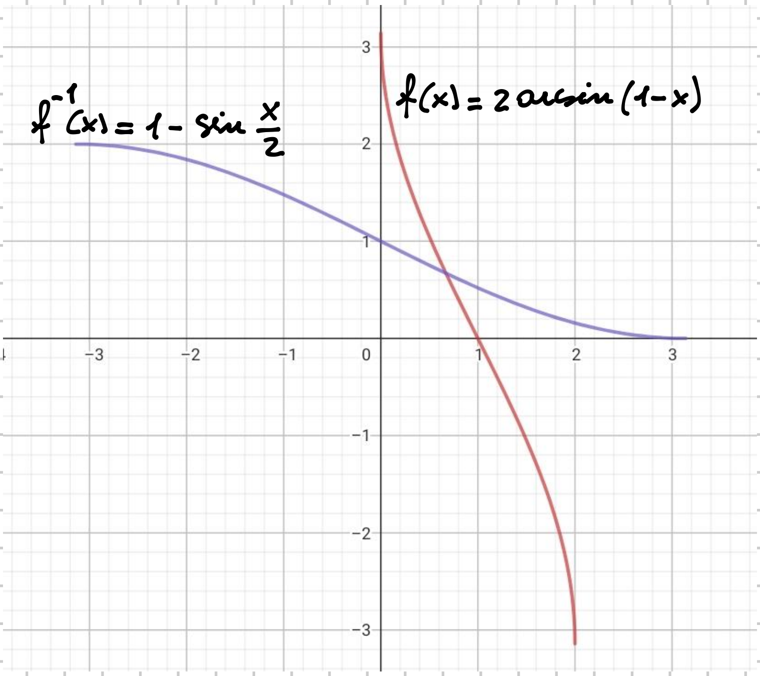
$$x = 1 - \sin\frac{y}{2}$$

$\Downarrow$ scambio x e y

$y = 1 - \sin\frac{x}{2}$ è l'inversa

$f^{-1}: [-\pi, \pi] \longrightarrow [0,2]$

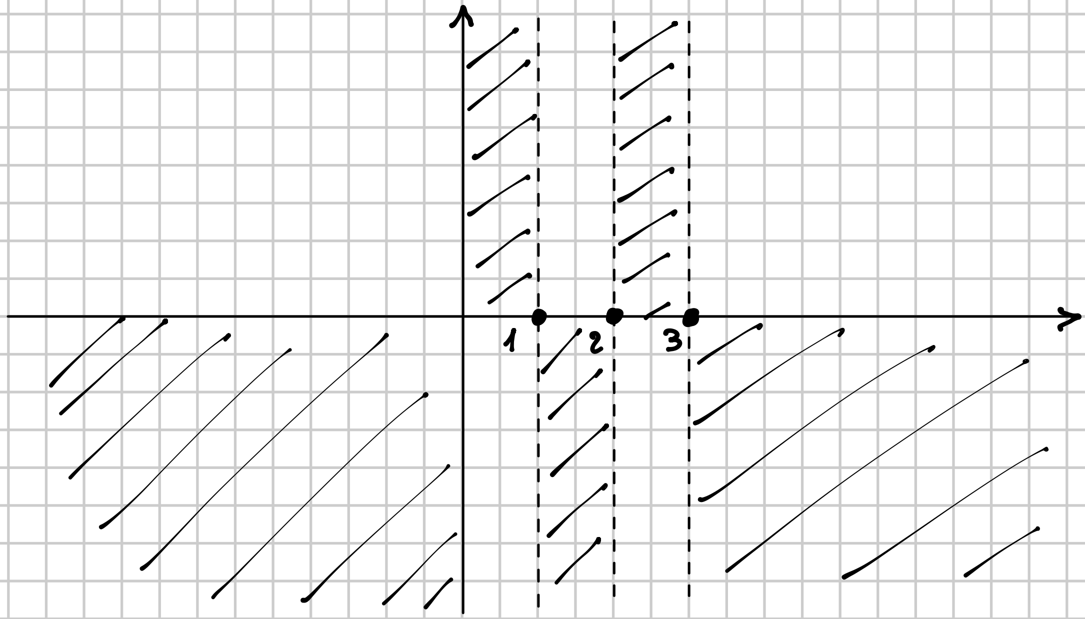
$f^{-1}(x) = 1 - \sin\frac{x}{2}$



289 $y = \dfrac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{x}$

STUDIO DI FUNZIONE

1) DOMINIO $\quad x \neq 0 \quad D = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$



2) INT. ASSI

ASSE X
$$\begin{cases} y = 0 \\ y = \dfrac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{x} \end{cases} \Rightarrow x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$$

RUFFINI $1 \mapsto 1 - 6 + 11 - 6 = 0$

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 1 & -6 & 11 & -6 \\ 1 & & 1 & -5 & 6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & // \end{array}$$

ASSE Y <u>NON CI SONO INTERSEZIONI</u>
(x=0 non è nel dominio)

$(x^2 - 5x + 6)(x - 1)$

$(x - 3)(x - 2)(x - 1)$

$x = 3 \lor x = 2 \lor x = 1$

3) SEGNO

$$\frac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{x} > 0$$

$$\frac{\overset{N_1}{(x-3)}\overset{N_2}{(x-2)}\overset{N_3}{(x-1)}}{D \; x} > 0$$

$x - 3 > 0 \quad x > 3$

$x - 2 > 0 \quad x > 2$

$x - 1 > 0 \quad x > 1$

$x > 0 \quad x > 0$

		0		1		2		3	
$x-3$	−		−		−		−	0	+
$x-2$	−		−		−	0	+		+
$x-1$	−		−	0	+		+		+
x	−	∄	+		+		+		+
	+	∄	−	0	+	0	−	0	+

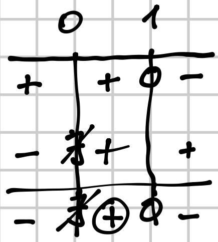
CALCOLARE L'INVERSA

434 $f(x)=\sqrt{\frac{1-x}{x}}$ $\qquad \left[f^{-1}(x)=\frac{1}{1+x^2}\right]$

DOMINIO $\frac{1-x}{x}\geq 0$

$1-x>0 \Rightarrow x<1$

$x>0 \Rightarrow x>0$



$f:(0,1]\to\mathbb{R}$

$y=\sqrt{\frac{1-x}{x}} \qquad 0<x\leq 1$

$y^2=\frac{1-x}{x}$

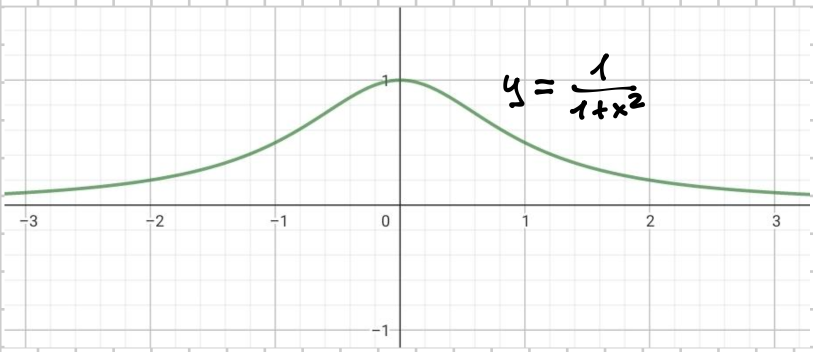
$xy^2=1-x$

$xy^2+x=1$

$x(y^2+1)=1 \Rightarrow x=\frac{1}{1+y^2} \longrightarrow y=\frac{1}{1+x^2}$

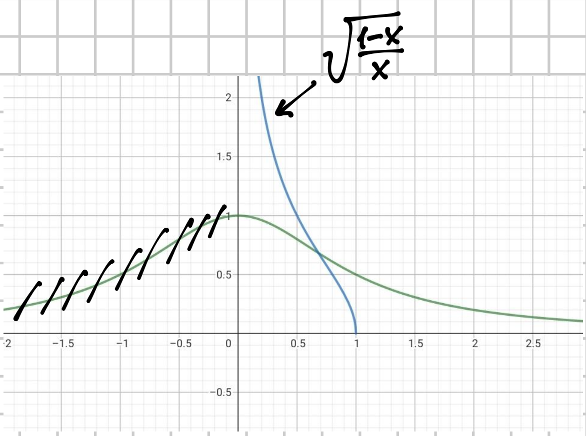
$f^{-1}(x)=\frac{1}{1+x^2}$

Qual è il dominio di f^{-1}? NON è $\mathbb{R}$, come all'apparenza può sembrare, perché in $\mathbb{R}$ la funzione $y=\frac{1}{1+x^2}$ NON è iniettiva (ad es. 1 e −1 hanno la stessa immagine, cioè $\frac{1}{2}$)



il dominio di f^{-1} è in realtà $[0,+\infty)$.

Quindi $f(x)=\sqrt{\frac{1-x}{x}}$ è l'inversa della RESTRIZIONE di $\frac{1}{1+x^2}$ a $[0,+\infty)$



$f:(0,1]\to[0,+\infty) \qquad f(x)=\sqrt{\frac{1-x}{x}}$

$f^{-1}:[0,+\infty)\to(0,1] \qquad f^{-1}(x)=\frac{1}{1+x^2}$

COMPORRE LE FUNZIONI

458 $f(x) = 2^x$; $g(x) = \sqrt{x} - 2$. $\left[(f \circ g)(x) = 2^{\sqrt{x}-2}; (g \circ f)(x) = \sqrt{2^x} - 2\right]$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x} - 2) = 2^{\sqrt{x}-2}$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2^x) = \sqrt{2^x} - 2$$

459 $f(x) = \ln 2x$; $g(x) = e^{-x}$.

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(e^{-x}) = \ln(2e^{-x}) = \ln 2 + \ln e^{-x} =$$

$$= \ln 2 - x$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(\ln(2x)) = e^{-\ln(2x)} = e^{\ln(2x)^{-1}} = (2x)^{-1} =$$

$$= \frac{1}{2x}$$