RETTA ESTESA

$$\overline{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$$

Se $x \in \mathbb{R}$ si ha che $-\infty < x < +\infty$

(e anche $x + \infty = +\infty + x = +\infty$ e $x - \infty = -\infty + x = -\infty$)

Se $A \subseteq \mathbb{R}$ non vuoto è superiormente illimitato, $\sup A = +\infty$;
se è inferiormente illimitato, $\inf A = -\infty$

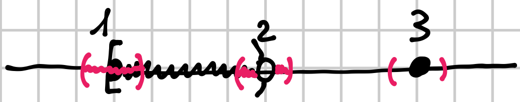
Ad es. $\sup\,(3, +\infty) = +\infty$ e se $B = (-\infty, 5] \cup [7, 10)$, $\inf B = -\infty$

PUNTO DI ACCUMULAZIONE DI UN INSIEME

Sia $A \subseteq \mathbb{R}$ non vuoto. Il punto x_0 è DI ACCUMULAZIONE per A se ogni intorno di x_0 contiene elementi di A diversi da x_0.

ESEMPIO

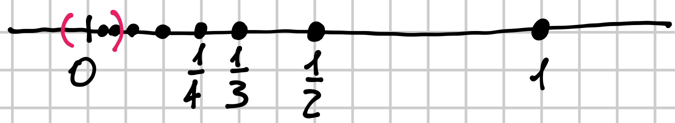
$A = [1, 2) \cup \{3\}$



1 è di accumulazione per A
2 è di accumulazione per A (anche se $2 \notin A$)
tutti i punti dell'intervallo $[1,2]$ sono di accumulazione per A
3 NON è di accumulazione per A, perché non tutti gli intorni di 3 contengono punti di A diversi da 3. 3 è un PUNTO ISOLATO

ALTRO ESEMPIO

$$B = \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\} = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots \right\}$$



Ogni elemento di B è un punto isolato (per B). 0 è l'unico punto di accumulazione per B (anche se non appartiene a B).