87 $]-1;2] \cup \{3\}$

88 $\{x \in \mathbb{N}: 2 < x < 8\}$

89 $\{x \in \mathbb{Q}: 2 < x < 8\}$

Trovare i punti di accumulazione di questi insiemi

87) I punti di acc. di $\underbrace{]-1,2] \cup \{3\}}$ sono tutti i punti dell'intervallo $[-1,2]$

3 ↓ P.TO ISOLATO

88) $\{x \in \mathbb{N} \mid 2 < x < 8\} = \{3,4,5,6,7\}$ non ha punti di accumulazione

89) $\{x \in \mathbb{Q} \mid 2 < x < 8\} = A$ $\quad x_0$ è di accumulazione per A se <u>ogni</u> intorno di x_0 contiene elementi di A diversi da x_0

2 è di accumulazione per A? Consideriamo $\underbrace{2{,}1 \quad 2{,}01 \quad 2{,}001 \quad 2{,}0001 \ldots}$

tutti numeri razionali che stanno in A e che si avvicinano sempre più a 2

ogni intorno di 2 contiene infiniti numeri di questo tipo

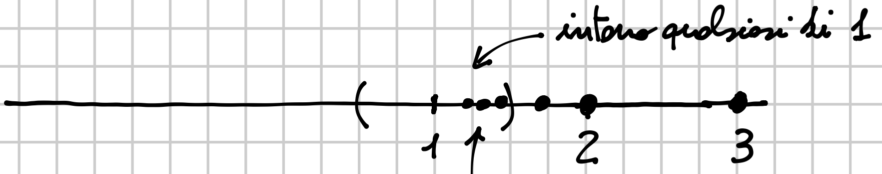
Lo stesso ragionamento può essere fatto per 8 e in modo simile per tutti i numeri di $[2,8]$, che è quindi l'insieme dei punti di accumulazione per A

79 $E = \left\{x: x = \dfrac{n+2}{n}, n \in \mathbb{N} - \{0\}\right\}, x_0 = 1.$

Dire se $x_0 = 1$ è di accumulazione per E

$$E = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = 1 + \frac{2}{n}, \ n \in \mathbb{N} - \{0\} \right\} =$$

$$= \left\{ 3, 2, 1 + \frac{2}{3}, 1 + \frac{1}{2}, 1 + \frac{2}{5}, \dots \right\}$$

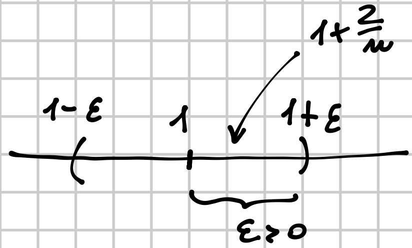


qui dentro ricadono infiniti elementi di E (da un certo in poi)

<u>1 È PUNTO DI ACCUMULAZIONE</u>

<u>DIMOSTRAZIONE RIGOROSA</u>

Dato un intorno del tipo $(1-\varepsilon, 1+\varepsilon)$



Cerco per quali n $\quad 1 < 1 + \dfrac{2}{n} < 1 + \varepsilon$

$$0 < \frac{2}{n} < \varepsilon \implies n > \frac{2}{\varepsilon}$$

Dato un intorno $(1-\varepsilon, 1+\varepsilon)$, per ogni $n > \frac{2}{\varepsilon}$ ho che gli elementi di E ricadono tutti nell'intorno

Trova, se esistono, l'estremo superiore, l'estremo inferiore, il massimo e il minimo dei seguenti insiemi.

49 $A =]1; 3[$; $B =]-\infty; 1]$; $C = \{1\} \cup \{x \in \mathbb{R}: x \geq 2\}$.

50 $A = \{0, 1, 3\}$; $B =]0; 4] \cup]6; 10[$; $C = [2; +\infty[$.

51 $A = \{2, 3, 4, 5, 20\}$; $B = \{x \in \mathbb{R}: x^2 - 5x + 9 > 0\}$; $C = \{x \in \mathbb{R}: x^2 \leq 1\}$.

49) $\sup A = 3$ $\inf A = 1$ $\max A$, $\min A$ non esistono

$\sup B = 1$ $\inf B = -\infty$ $\max B = 1$ $\min B$ = non esiste

uso $\overline{\mathbb{R}}$ in $\mathbb{R}$ non esiste B è inferiormente illimitato

$C = \{1\} \cup [2, +\infty)$ $\inf C = 1$ $\min C = 1$

$\sup C$ non esiste $\max C$ non esiste (in $\mathbb{R}$)

50) $\sup A = 3 = \max A$ $\inf A = 0 = \min A$

$B = (0, 4] \cup (6, 10)$ $\inf B = 0$ $\min B$ non esiste

$\sup B = 10$ $\max B$ non esiste

$C = [2, +\infty)$ $\inf C = \min C = 2$ $\sup C$, $\max C$ non esistono in $\mathbb{R}$

(in $\overline{\mathbb{R}}$ $\sup C = +\infty$, $\max C$ non esiste)

51) $A = \{2, 3, 4, 5, 20\}$ $\sup A = \max A = 20$ $\inf A = \min A = 2$

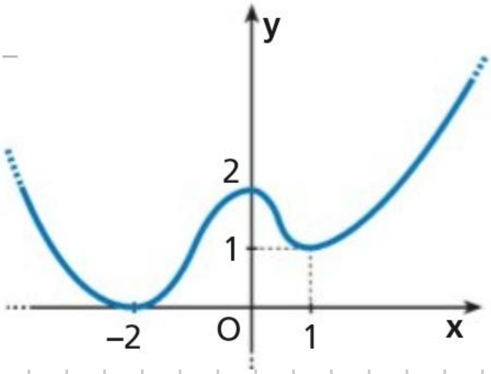
$B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 5x + 9 > 0\} = \mathbb{R}$ sup, inf, max, min non esistono (in $\mathbb{R}$)

$\Delta = 25 - 36 < 0$

$C = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \leq 1\} = [-1, 1]$ $\sup C = \max C = 1$

$\inf C = \min C = -1$

52



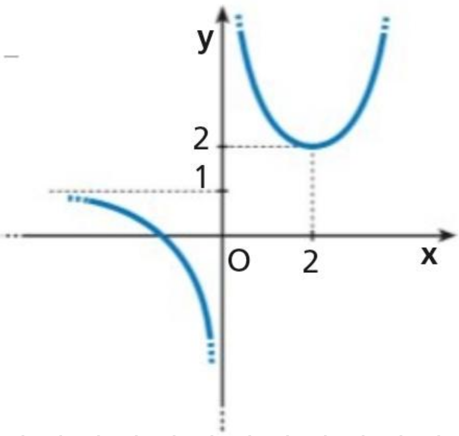
Determinare inf, sup, max, min della funzione, cioè dell'INSIEME IMMAGINE

$\text{im} f = [0, +\infty)$

$\inf(f) = 0 \quad \min(f) = 0$

$\sup(f)$ e $\max(f)$ non esistono

55

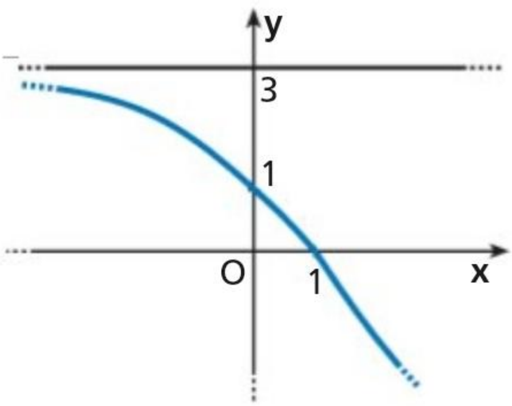


$\text{im}(f) = (-\infty, 1) \cup [2, +\infty)$

è illimitato sia superiormente che inferiormente

inf, sup, max, min non esistono

53

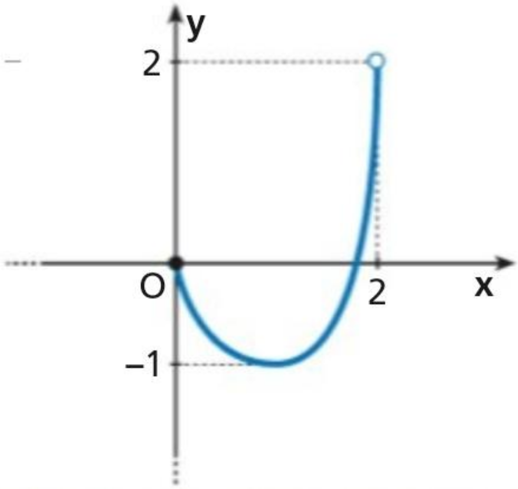


$\text{im}(f) = (-\infty, 3)$

$\inf(f)$, $\min(f)$ non esistono

$\sup(f) = 3 \quad \max(f)$ non esiste

57



$\text{im}(f) = [-1, 2)$

$\inf(f) = \min(f) = -1$

$\sup(f) = 2 \quad \max(f)$ non esiste