693 Trova in quali punti della curva di equazione $y = x^3 - 3x^2$ la retta tangente è perpendicolare alla retta di equazione $x = -9y$. $[(-1; -4), (3; 0)]$

$x = -9y \Rightarrow \quad y = -\frac{1}{9}x$

ogni retta perpendicolare a questa ha coeff. angolare 9

Devo cercare i punti di $y = x^3 - 3x^2$ in cui la tangente ha coeff. angolare 9, cioè i punti in cui la derivata vale 9

$y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow \quad 3x^2 - 6x = 9$

$3x^2 - 6x - 9 = 0$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$(x-3)(x+1) = 0 \quad \nearrow x = 3 \quad \searrow x = -1$

ascisse dei punti del grafico in cui la derivata è 9

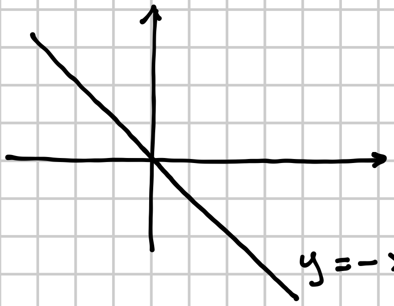
Sostituisco a $y = x^3 - 3x^2$ i valori trovati

$x = -1 \rightarrow y = -1 - 3 = -4 \qquad A(-1, -4)$

$x = 3 \rightarrow y = 27 - 27 = 0 \qquad B(3, 0)$

685 Determina l'equazione della tangente alla curva di equazione $y = \frac{4}{1+x}$ e parallela alla bisettrice del secondo e quarto quadrante. $[y = -x + 3;\ y = -x - 5]$

$D = \{x \mid x \neq -1\}$



$y = -x$ coeff. angolare -1

$$y = \frac{4}{1+x}$$

$$f(x) = \frac{4}{1+x}$$

con la formula del quoziente (oppure vedendola come $f(x) = 4(1+x)^{-1}$)

$$f'(x) = \frac{0 \cdot (1+x) - 4 \cdot 1}{(1+x)^2} = -\frac{4}{(1+x)^2}$$

$$-\frac{4}{(1+x)^2} = -1$$

$$\Downarrow$$

$$(1+x)^2 = 4 \Rightarrow 1 + x = \pm 2$$

$$x = -3 \Rightarrow f(-3) = \frac{4}{1-3} = -2$$

$$x = 1 \Rightarrow f(1) = \frac{4}{1+1} = 2$$

$A(-3, -2)$ $\quad$ $B(1, 2)$ $\quad$ coeff. ang. -1

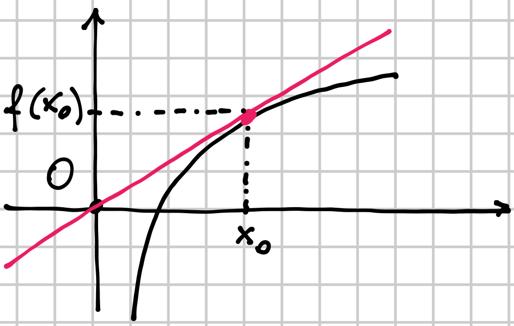
$y + 2 = -(x + 3)$ $\qquad$ $y - 2 = -(x - 1)$

$y = -x - 3 - 2$ $\qquad$ $y = -x + 1 + 2$

$\boxed{y = -x - 5}$ $\qquad$ $\boxed{y = -x + 3}$

713 $y = 4\ln 4x$; $(0; 0)$. $\left[y = \frac{16}{e}x\right]$

Trovare la tangente passante per O al grafico della funzione



$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$ eq. generale della tangente

$f(x) = 4\ln 4x \Rightarrow f(x_0) = 4\ln 4x_0$

$f'(x) = \cancel{4} \cdot \frac{1}{\cancel{4}x} \cdot 4 = \frac{4}{x} \Rightarrow f'(x_0) = \frac{4}{x_0}$

eq. della generica tangente nel punto $(x_0, f(x_0))$

(*) $y - 4\ln(4x_0) = \frac{4}{x_0}(x - x_0)$ x_0 INCOGNITA

IMPONGO IL PASSAGGIO PER $O(0,0)$

$-\cancel{4}\ln(4x_0) = \frac{\cancel{4}}{\cancel{x_0}}(-\cancel{x_0})$

$\ln(4x_0) = 1$

$4x_0 = e \Rightarrow x_0 = \frac{e}{4}$

Sostituisco in (*)

$y - 4\overbrace{\ln\left(\cancel{4} \cdot \frac{e}{\cancel{4}}\right)}^{1} = \frac{4}{\frac{e}{4}}\left(x - \frac{e}{4}\right)$

$y - 4 = \frac{16}{e}\left(x - \frac{e}{4}\right)$

$y = \frac{16}{e}x - \cancel{4} + \cancel{4}$

$\boxed{y = \frac{16}{e}x}$

731 Date le due funzioni $y = 2ax^3 - 2ax + 1$ e $\bar{y} = x^2 - ax + 5$, individua per quale valore di a la retta tangente al grafico della prima nel suo punto di ascissa $x = 0$ e la retta tangente al grafico della seconda nel suo punto di ascissa $x = 2$ coincidono. $[a = -4]$

$y = 2ax^3 - 2ax + 1$

$x = 0 \Rightarrow y = 1 \quad (0, 1)$

$y' = 6ax^2 - 2a$

$y'(0) = -2a$

TANGENTE (CHE DIPENDE DA a)

$y - 1 = -2a(x - 0)$

$y = -2ax + 1$

$y = x^2 - ax + 5$

$x = 2 \Rightarrow y = 4 - 2a + 5 = 9 - 2a$

$(2, 9 - 2a)$

$y' = 2x - a$

$y'(2) = 4 - a$

TANGENTE

$y - (9 - 2a) = (4 - a)(x - 2)$

$y - 9 + \cancel{2a} = (4 - a)x - 8 + \cancel{2a}$

$y = (4 - a)x + 1$

COINCIDONO SE $\quad -2a = 4 - a$

$\boxed{a = -4}$