732 Data la funzione $f(x) = ax^3 + 2x^2 - bx + 1$, calcola i valori di a e b in modo che il suo grafico sia tangente alla retta di equazione $2x - y + 5 = 0$ nel punto $A(2; 1)$. $\rightarrow$ $y = 2x - 5$

$\left[a = -\frac{1}{4}, b = 3\right]$

$m = 2$

$$y = ax^3 + 2x^2 - bx + 1$$

passaggio per $A(2,1)$ $\quad \cancel{1} = 8a + 8 - 2b + \cancel{1}$

$$8a - 2b = -8$$

$$4a - b = -4$$

$f'(2) = 2 \qquad f'(x) = 3ax^2 + 4x - b$

$$f'(2) = 12a + 8 - b = 2$$

PONGO

$$\begin{cases} 4a - b = -4 \\ 12a + 8 - b = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} b = 4a + 4 \\ 12a - 4a - 4 = 2 - 8 \end{cases} \quad \begin{cases} b = -1 + 4 = 3 \\ 8a = -2 \Rightarrow a = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

726 Data la funzione $y = kx^2 - (k-1)x - k + 3$, scrivi l'equazione della retta tangente al suo grafico nel punto di ascissa $x = 3$ e determina k in modo che la retta tangente passi per il punto $P(1; 2)$. $\left[k = \frac{2}{5}\right]$

$f(x) = kx^2 - (k-1)x - k + 3$

$f(3) = 9k - (k-1)\cdot 3 - k + 3$

$= 5k + 6$

$f'(x) = 2kx - (k-1)$

$f'(3) = 6k - (k-1) = 6k - k + 1 = 5k + 1$

$y - f(3) = f'(3)(x-3)$

$y - (5k+6) = (5k+1)(x-3)$

$P(1,2) \rightsquigarrow \quad 2 - 5k - 6 = -2(5k+1)$

$-5k - 4 = -10k - 2$

$5k = 2 \qquad \boxed{k = \frac{2}{5}}$

CALCOLARE LA DERIVATA TERZA

635 $y = \sqrt{2x+1}$ $\left[y''' = \frac{3}{\sqrt{(2x+1)^5}}\right]$

$f(x) = \sqrt{2x+1}$

$f'(x) = \frac{1}{\cancel{2}\sqrt{2x+1}} \cdot \cancel{2} = \frac{1}{\sqrt{2x+1}} = (2x+1)^{-\frac{1}{2}}$

$f''(x) = -\frac{1}{\cancel{2}}(2x+1)^{-\frac{1}{2}-1} \cdot \cancel{2} = -(2x+1)^{-\frac{3}{2}}$

$f'''(x) = +\frac{3}{\cancel{2}}(2x+1)^{-\frac{3}{2}-1} \cdot \cancel{2} = 3(2x+1)^{-\frac{5}{2}} = \frac{3}{\sqrt{(2x+1)^5}}$

CALCOLARE LA DERIVATA

567 $y = \tan x \ln \cos x + \tan x - x$ $\quad \left[y' = \dfrac{\ln \cos x}{\cos^2 x} \right]$

$$y' = \frac{1}{\cos^2 x} \cdot \ln(\cos x) + \tan x \cdot (\ln(\cos x))' + \overset{1+\tan^2 x}{\frac{1}{\cos^2 x}} - 1 =$$

$$= \frac{1}{\cos^2 x} \ln(\cos x) + \tan x \cdot \frac{1}{\cos x} \cdot (-\sin x) + \cancel{1} + \tan^2 x - \cancel{1} =$$

$$= \frac{\ln(\cos x)}{\cos^2 x} - \cancel{\tan^2 x} + \cancel{\tan^2 x} = \frac{\ln(\cos x)}{\cos^2 x}$$

563 $y = \sqrt{4 - x^2} + 2\arcsin \dfrac{x}{2}$ $\quad \left[y' = \dfrac{\sqrt{4 - x^2}}{2 + x} \right]$

$$y' = \frac{1}{\cancel{2}\sqrt{4-x^2}}(-\cancel{2}x) + \cancel{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} =$$

$$= -\frac{x}{\sqrt{4-x^2}} + \frac{1}{\sqrt{\frac{4-x^2}{4}}} = -\frac{x}{\sqrt{4-x^2}} + \frac{2}{\sqrt{4-x^2}} =$$

$$= \frac{2-x}{\sqrt{4-x^2}} \cdot \frac{\sqrt{4-x^2}}{\sqrt{4-x^2}} = \frac{(2-x)\sqrt{4-x^2}}{4-x^2} = \frac{\cancel{(2-x)}\sqrt{4-x^2}}{\cancel{(2-x)}(2+x)} =$$

$$= \frac{\sqrt{4-x^2}}{2+x}$$