$f: I \to \mathbb{R}$ I INTERVALLO   derivabile in I

$f'(x) > 0 \implies f$ è strett. crescente in I

$f'(x) < 0 \implies f$ è strett. decrescente in I

Trovare gli intervalli in cui la funzione è strett. crescente/decrescente

190 $y = 2x^3 + x^2 - 4x + 10$ $\left[x < -1 \vee x > \frac{2}{3}\right]$

$f(x) = 2x^3 + x^2 - 4x + 10$

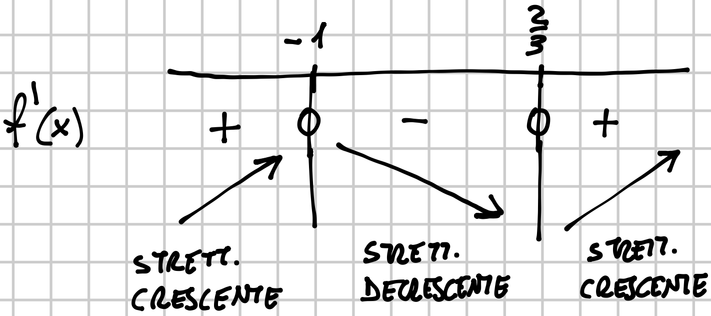
$f'(x) = 6x^2 + 2x - 4$

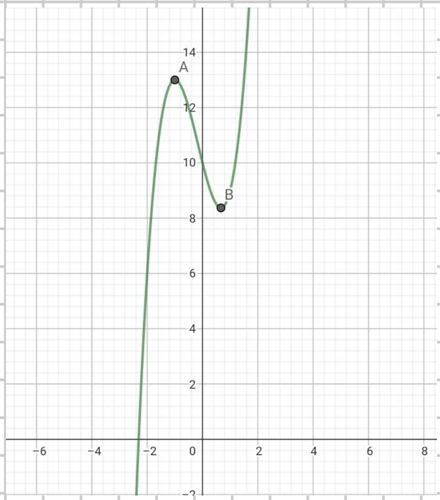
STUDIAMO IL SEGNO DELLA DERIVATA

$f'(x) > 0 \qquad 6x^2 + 2x - 4 > 0 \qquad x_{1,2} = \dfrac{-1 \pm 5}{6} = \begin{cases} -\frac{6}{6} = -1 \\ \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \end{cases}$

$\dfrac{\Delta}{4} = 1 + 24 = 25$

$x < -1 \quad \vee \quad x > \dfrac{2}{3}$





La funzione è strettamente crescente in $(-\infty, -1)$ e in $\left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$.
È strett. decrescente in $\left(-1, \frac{2}{3}\right)$

$\left.\begin{array}{l} -1 \text{ PUNTO DI MASSIMO RELATIVO} \\ \frac{2}{3} \text{ PUNTO DI MINIMO RELATIVO} \end{array}\right\}$ dato che f è continua

Verificare che valgono le ipotesi del TH. DI LAGRANGE e trovare il punto c

137 $f(x) = \begin{cases} -2x^2 + x & \text{se } x < 0 \\ \dfrac{x}{x^2+1} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$, $[-1; 2]$. $\left[c = -\frac{1}{30}\right]$

CONTINUITÀ

$$\lim_{x \to 0^-} (-2x^2 + x) = 0$$

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{x}{x^2+1} = \frac{0}{1} = 0$$

f è CONTINUA IN $[-1, 2]$

DERIVABILITÀ

$$\left(\frac{x}{x^2+1}\right)' = \frac{x^2+1-2x \cdot x}{(x^2+1)^2} = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$$

$$f'(x) = \begin{cases} -4x+1 & x < 0 \\ \dfrac{1-x^2}{(x^2+1)^2} & x > 0 \end{cases}$$

devo controllare $x = 0$

$$\lim_{x \to 0^-} (-4x+1) = 1 \qquad \lim_{x \to 0^+} \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2} = 1$$

quindi $f'(0) = 1$

perciò f è derivabile in $[-1,2]$

Le ipotesi del TH. LAGRANGE sono soddisfatte, per cui c esiste.

$$\frac{f(b) - f(a)}{b-a} = \frac{f(2) - f(-1)}{2-(-1)} = \frac{\frac{2}{5} + 3}{3} = \frac{17}{15}$$

Devo risolvere $f'(c) = \frac{17}{15}$

1) $-4x + 1 = \frac{17}{15}$ $\qquad -4x = -1 + \frac{17}{15}$ $\qquad -4x = \frac{2}{15}$ $\qquad x = -\frac{1}{30} < 0$

$-1 < x < 0$

$\Downarrow$

$c = -\frac{1}{30}$

2) $\frac{1-x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{17}{15}$ $\qquad 15(1-x^2) = 17(x^2+1)^2$

$0 < x < 2$

$$15 - 15x^2 = 17(x^4 + 1 + 2x^2)$$

$$15-15x^2=17\left(x^4+1+2x^2\right)$$

$$15-15x^2=17x^4+17+34x^2$$

$$17x^4+49x^2+2=0 \qquad \Delta=49^2-8\cdot 17=2265$$

$$x^2=\frac{-49\pm\sqrt{2265}}{34}=\begin{cases} -\ldots & \text{N.Acc.}\\ -\ldots & \text{N.Acc.}\end{cases}$$

Trovare gli intervalli dove f è strett. cresc./decr.

209 $y=\dfrac{x^2-4x+2}{x^2-1}$ $\qquad [x\neq\pm 1]$

DOMINIO $\Rightarrow$ $x^2-1\neq 0 \Rightarrow x\neq\pm 1$ $\qquad D=(-\infty,-1)\cup(-1,1)\cup(1,+\infty)$

$$f'(x)=\frac{(2x-4)(x^2-1)-2x(x^2-4x+2)}{(x^2-1)^2}=\frac{\cancel{2x^3}-2x-4x^2+4-\cancel{2x^3}+8x^2-4x}{(x^2-1)^2}$$

$$=\frac{4x^2-6x+4}{(x^2-1)^2}$$

SEGNO DI f'

$$f'(x)>0 \Rightarrow \frac{4x^2-6x+4}{\cancel{(x^2-1)^2}}>0 \qquad 4x^2-6x+4>0$$

$$\frac{\Delta}{4}=9-16<0 \qquad \Delta<0 \Downarrow \forall x\in D$$

		-1		1	
$f'(x)$	$+$	$\nexists$	$+$	$\nexists$	$+$
	$\nearrow$		$\nearrow$		$\nearrow$

f è strett. crescente in $(-\infty,-1)$, in $(-1,1)$ e in $(1,+\infty)$, cioè nei SINGOLI intervalli, NON nella loro unione. (NON CI SONO MAX e MIN REL.)