Trovare a e b in modo che sia applicabile TH. LAGRANGE

170 $f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x-2a}{x+b} & \text{se } 0 \le x \le 1 \\ e^{x-1} & \text{se } 1 < x \le 2 \end{cases}, \qquad [0; 2].$

Controlliamo la continuità e la derivabilità nel punto di raccordo $x = 1$

CONTINUITÀ

$$\lim_{x \to 1^+} e^{x-1} = \lim_{x \to 1^-} \frac{3x-2a}{x+b}$$

$$1 = \frac{3-2a}{1+b} \Rightarrow 1+b = 3-2a \qquad b \neq -1$$

DERIVABILITÀ

$$f'(x) = \begin{cases} \dfrac{3(x+b)-(3x-2a)}{(x+b)^2} = \dfrac{\cancel{3x}+3b-\cancel{3x}+2a}{(x+b)^2} = \dfrac{3b+2a}{(x+b)^2} & 0 \le x < 1 \\ e^{x-1} & \text{se } 1 < x \le 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \to 1^+} e^{x-1} = \lim_{x \to 1^-} \frac{3b+2a}{(x+b)^2}$$

$$1 = \frac{3b+2a}{(b+1)^2} \Rightarrow (b+1)^2 = 3b+2a$$

$b \neq -1$

$$\begin{cases} 1+b = 3-2a \\ (b+1)^2 = 3b+2a \end{cases} \qquad \begin{cases} 2a = 2-b \\ b^2+1+\cancel{2b} = \cancel{3b}+2-\cancel{b} \end{cases} \qquad \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$$

$$b^2 = 1 \Rightarrow b = \pm 1 \begin{cases} b = -1 \text{ N.ACC.} \\ b = 1 \end{cases}$$

Trovare gli intervalli di crescenza e decrescenza

227 $y = \ln \frac{x+3}{x-5}$ [decresc. per $x < -3 \vee x > 5$]

DOMINIO

$\frac{x+3}{x-5} > 0$ N > 0 $x > -3$

D > 0 $x > 5$

		-3		5	
N	$-$		$+$		$+$
D	$-$		$-$		$+$
	$+$		$-$		$+$
			esclusa dal dominio		

$$D = (-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$$

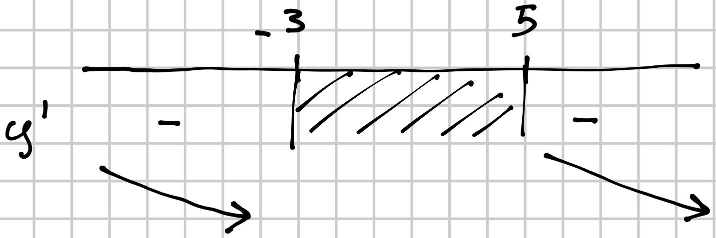
$$y' = \frac{1}{\frac{x+3}{\cancel{x-5}}} \cdot \frac{\cancel{x}-5-\cancel{x}-3}{(x-5)^{\cancel{2}}} = \frac{-8}{(x+3)(x-5)}$$

SEGNO DI y'

$$\frac{-8}{(x+3)(x-5)} > 0 \Rightarrow (x+3)(x-5) < 0 \Rightarrow -3 < x < 5$$

FUORI DAL DOMINIO

QUINDI IL QUADRO DELLA SITUAZIONE È



la funzione è strett. decrescente in $(-\infty, -3)$ e in $(5, +\infty)$, ma NON nell'unione dei due intervalli