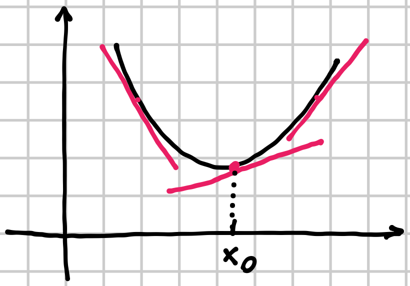
CONCAVITÀ E CONVESSITÀ

Una funzione $f: I \to \mathbb{R}$ derivabile in I è:

INTERVALLO

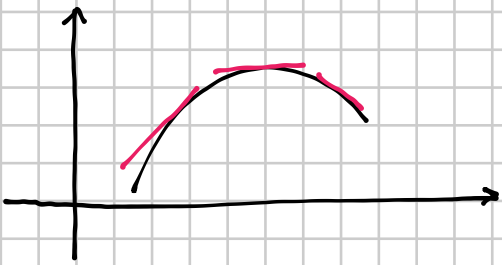
- CONVESSA (che ha la CONCAVITÀ RIVOLTA VERSO L'ALTO) se il suo grafico "sta sopra" tutte le sue tangenti



formalmente $\forall x_0, x \in I$

$$f(x) \geq f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$$

- CONCAVA (che ha la CONCAVITÀ RIVOLTA VERSO IL BASSO) se il suo grafico "sta sotto" tutte le sue tangenti



formalmente $\forall x_0, x \in I$

$$f(x) \leq f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$$

Se uso le disuguaglianze strette (tranne che per x_0), si parla di funzione STRETTAMENTE CONCAVA o STRETTAMENTE CONVESSA

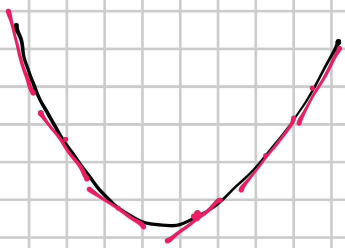
TEOREMA (CONSEGUENZA DEL TEOREMA DI LAGRANGE)

$f: I \to \mathbb{R}$ $\qquad$ f derivabile in I

INTERVALLO

$f' > 0 \Rightarrow f$ strett. crescente

f' strett. crescente $\Rightarrow f$ strett. CONVESSA



Mettendo insieme i risultati:

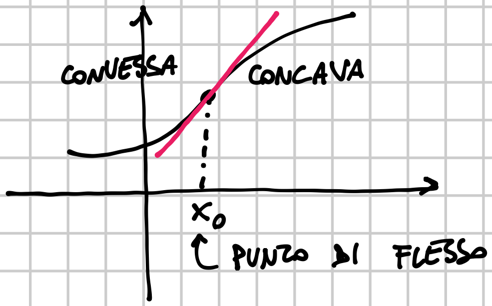
$f'' > 0 \Rightarrow f$ strett. CONVESSA

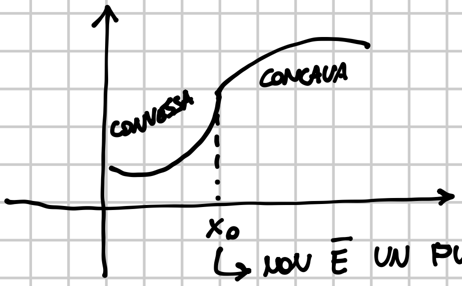
$f'' < 0 \Rightarrow f$ strett. CONCAVA

$f: I \to \mathbb{R}$ $\quad$ f derivabile

Se $x_0 \in I$ è un punto che separa un intervallo di concavità e un intervallo di convessità e <u>f è DERIVABILE in x_0</u>, x_0 si chiama

<u>PUNTO DI FLESSO</u>





NON È UN PUNTO DI FLESSO perché in x_0 la funzione non è derivabile (P.TO ANGOLOSO)

Se x_0 è un punto di flesso e la funzione f è derivabile 2 volte in x_0, allora $f''(x_0) = 0$.

<u>ESEMPIO</u>

Studiamo la funzione $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $\quad f(x) = x^3 - x$

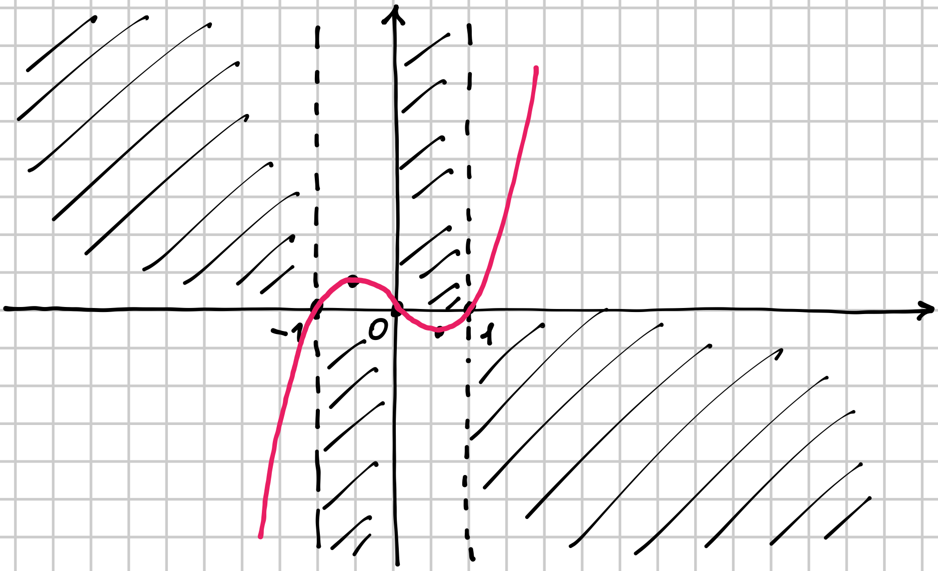
$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty \qquad \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

INTERSEZ. ASSI $\begin{cases} y = 0 \\ y = x^3 - x \end{cases} \Rightarrow x(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x = 0 \vee x = \pm 1$

SEGNO $\quad x^3 - x > 0 \Rightarrow x(x^2 - 1) > 0$

$x(x-1)(x+1) > 0$

	-1		0		1	
–		–		+		+
–		–		–		+
–		+		+		+
–	0	+	0	–	0	+

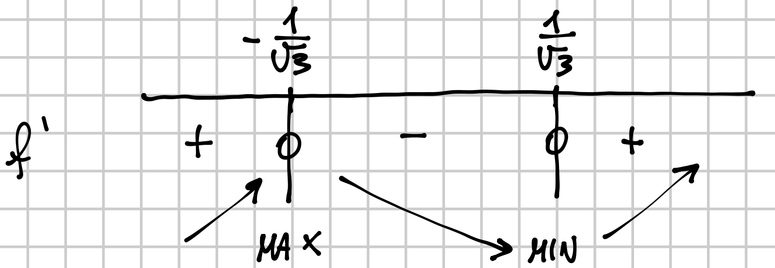


DERIVATA PRIMA

$f'(x) = 3x^2 - 1$

$f'(x) = 0 \implies 3x^2 - 1 = 0 \qquad x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ CANDIDATI MAX, MIN

$f'(x) > 0 \implies x < -\frac{1}{\sqrt{3}} \ \vee \ x > \frac{1}{\sqrt{3}}$



$f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \simeq -0,4$

$f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \simeq 0,4$

DERIVATA SECONDA

$f''(x) = 6x$

$f''(x) = 0 \implies x = 0$ CANDIDATO FLESSO

$f''(x) > 0 \implies x > 0$